

39 Elektroni in ioni

Piezo- in termoelektrika – Termični elektroni – Curki elektronov – Odklon curka v poljih – Relativistični odklon – Masni spektrometer ionov – Naboji na kapljicah – Elektroni v snovi – Dielektričnost – Permeabilnost – Prevodniki – Svetloba in elektroni

39.1 Piezo- in termoelektrika

Če privzamemo, da so nosilci električnega naboja res elektroni in ioni, v kar ne dvomimo preveč, dobimo s tem novo, upajmo da plodovito izhodišče za usmerjanje nadaljnjih raziskav. Razmišljamo takole.

Piezoelektrični pojav

Kristal izolatorja, recimo kvarca, je rešetka iz ionov, ki so med seboj povezani z elektronskimi pari kot vezmi. S to rešetko je določena tudi porazdelitev električnih dipolov po kristalu. Porazdelitev je taka, da se sosedni dipolni momenti med seboj izničujejo. Kaj pa, če bi kristal deformirali, recimo stisnili? Rešetka bi se potem spremenila in morda bi se električni dipoli več ne izničevali. Na nasprotnih ploskvah kristala bi se zato pojavili vezani pozitivni in negativni naboji in med njimi bi zavladala napetost.

Naredimo poskus! Kristal kvarca vtaknemo med dve kovinski ploščici, povezani z balističnim voltmetrom. Ko ploščici stisnemo, se voltmeter res za hip odkloni. Očitno je zaznal napetostni sunek, to je izenačevanje nabojev med obema ploščicama. Izmerimo, da sta pretočeni naboj in s tem napetost kar sorazmerna s pritiskom: $U \propto p$. Sorazmernostni koeficient je odvisen od vrste, oblike in razsežnosti kristala. Tipično znaša 10 V na kp/cm^2 , kar je presenetljivo veliko. Odkrili smo *piezoelektrični pojav* pri nekaterih kristalih (CURIE, P.).

Termoelektrični pojav

V kovini elektroni niso vezani na ionsko rešetko, marveč se lahko prosto gibljejo skozi njo. Če staknemo dve kovini, se morda nekaj elektronov preseli iz kovine, kjer so šibkeje vezani, v kovino, kjer so vezani močnejše. Z ene strani meje na drugo se preseli toliko elektronov, da ustvarijo dovolj veliko potencialno zaporno plast in preseljevanje se ustavi. Če naredimo krožno zanko iz dveh žic, sta na obeh stičiščih enako veliki in nasprotno usmerjeni potencialni plasti. Gonilna napetost po zanki je zato enaka nič. Če pa stičišči podvržemo različnim temperaturama (enega potopimo v vrelo in drugega v ledeno vodo, na primer), se morda potencialni plasti razlikujeta, pojavi se gonilna napetost in po zanki steče tok. To je *termočlen*.

Naredimo poskus! Meritve z voltmetrom res pokažejo, da obstaja gonilna napetost med stičiščema; je kar sorazmerna s temperaturno razliko: $U \propto \Delta T$. Sorazmernostni koeficient je

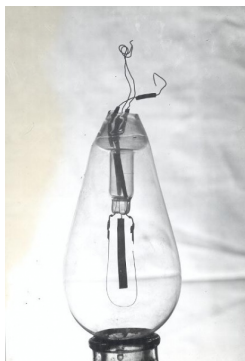
odvisen od vrste snovi in znaša tipično $10 \mu\text{V/K}$. Odkrili smo *termoelektrični pojav* (SEEBECK).

Termoelektrični pojav lahko izkoristimo kot generator napetosti iz temperaturnih razlik v okolju. Da dobimo dovolj visoke napetosti, moramo le zaporedno povezati več kovinskih parov. Ali pa merimo temperaturne razlike v okolju preko merjenja napetosti.

39.2 Termični elektroni

Ali lahko prevodniške elektrone spravimo ven iz kovine, morda s segrevanjem? Kakor iz tekoče vode pri segrevanju izhlapevajo molekule, tako morda iz kovin izhlapevajo tudi elektroni!

Dioda Ravnamo takole. V zaprto stekleno cev na vsakem koncu vtalimo kovinsko elektrodo in izsesamo zrak na okrog 10^{-3} mm Hg . Tedaj imajo molekule zraka povprečno prosto pot (36.29) (ki je obratnosorazmerna z številsko gostoto) okrog 10 cm. S tem hočemo omogočiti elektronom nemoteno izhlapevanje in gibanje v prostoru. Eno elektrodo segrevamo z električnim grelcem do žarenja. Elektrodi priključimo na izvor enosmerne napetosti – baterijo nekaj 10 V: vročo elektrodo na negativni priključek (katoda) in hladno na pozitivnega (anoda). Priključeni ampermeter pokaže, da skozi cev teče tok. Očitno iz vroče elektrode res izstopajo elektroni, ki jih nato električno polje med elektrodama poganja proti hladni elektrodi. Ko priključka zamenjamo, pa tok ne teče. Iz hladne elektrode namreč elektroni ne morejo izstopati. Opisani cevi rečemo *dioda* (EDISON).

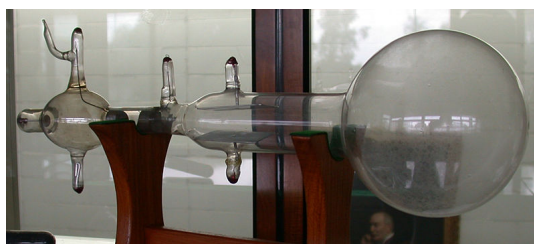


Slika 39.1 Prva dioda – navadna žarnica na ogleno nitko, ki ima vtaljeno dodatno kovinsko elektrodo. Sestavil jo je T. Edison. Ko med elektrodo in žarilno nitko priključimo baterijo (elektrodo na pozitivni pol), steče skozi diodo tok. (National Museum of American History)

Diodni tok Kolikšen tok teče skozi diodo, je odvisno od oblike, lege in velikosti elektrod, od temperature katode ter še česa. V vsakem primeru pa je tok odvisen od napetosti: najprej hitro narašča, potem pa se ustali. Tedaj anoda sproti poskrka vse izhlapele elektrone iz katode. Tipični nasičeni tokovi znašajo 10–100 mA in tipične napetosti pri nasičenju 10–100 V.

Katodna cev Da bomo tok elektronov skozi prostor lažje preučevali, diodo ustrezno preoblikujemo. Razpotegnemo jo v hruškasto cev. Katodo in anodo namestimo v njen vrat ter v anodo izvrtamo luknjico. Tako upamo, da bodo nekateri elektroni zleteli skozi njo

in nadaljevali svojo pot v razširjeni prostor kot *katodni žarki*. Obe elektrodi priključimo na baterijo do 1000 V ali na indukcijsko tuljavo, ki je vir utripajoče enosmerne napetosti do 10 kV. Izdelali smo *katodno cev* (THOMSON).



Slika 39.2 Katodna cev. Prikazana je katodna cev, ki jo je uporabljal J. Thomson za meritve elektronov. V sredini sta vtajeni elektrodi kondenzatorja. (University of Cambridge).

Za uspešno delovanje katodne cevi je potrebno, kakor zmeraj, urediti kup podrobnosti. — Najprej moramo curek sploh videti. V cev zato dodamo majhno količino tega ali onega plina in poskušamo, ali njegove molekule, ko jih elektroni zadenejo, kaj sevajo. S poskušanjem ugotovimo, da sta primerna anodna napetost 100–300 V in helij oziroma vodik pri tlaku okrog 10^{-2} mm Hg. Curek elektronov, ki teče skozi helij, zariše lepo modro črto. — Pri višjih anodnih napetostih opazimo na steklu, kamor vpada curek, svetlo piko. Heliju kot označevalcu žarka se zato lahko odrečemo. Poskušamo pa najti premaz, ki bi svetil čim močnejše. Za primerno kombinacijo se pokažeta anodna napetost okrog 1 kV in premaz iz cinkovega sulfida. — Hkrati poskušamo tudi povečati izhlapevanje elektronov iz katode in iščemo premaz s čim nižjim izstopnim delom. Za primerne se pokaže barijev oksid. — Končno še izboljšamo kolimacijo snopa z dodatkom ene ali več zaslonk.

S katodno cevjo smo dobili v roke prvovrstno orodje za ustvarjanje in raziskavo elektronskih curkov v vakuumu.

39.3 Curki elektronov

Ko elektron preleti potencialno razliko U_A med katodo in anodo, je na njem opravljeno delo eU_A in to je enako pridobljeni kinetični energiji $mv^2/2$, če je hitrost majhna v primerjavi s svetlobno. Elektron v curku ima zato hitrost

$$v = \sqrt{\frac{2eU_A}{m}}. \quad (39.1)$$

Kakšna je ta hitrost, vnaprej ne moremo vedeti, ker še ne poznamo mase elektronov. Njihov naboj pa že poznamo (36.10); izračunali smo ga iz elektrolizne in kilomolske konstante.

Elektronvolt Za elektron, ki preteče napetost 1 V, bomo rekli, da ima energijo 1 *elektronvolt* oziroma 1 eV. Ker že poznamo osnovni naboj, velja $1 \text{ eV} = e \cdot 1 \text{ V} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}$.

Merjenje energije elektronov v joulih je očitno nerodno, zato jo bomo raje merili v elektronvoltih. To velja tudi za energije atomov in molekul. Povprečna termična translacijska energija atoma ali molekule, na primer, znaša $K = (3/2)kT$. Takšno energijo bi imel elektron, ki bi pretekel tolikšno napetost U , da $eU = (3/2)kT$. Pri 1000 kelvinih znaša $U = 0,1 \text{ V}$, kar pomeni $K = 0,1 \text{ eV}$. Očitno so kinetične energije delcev zaradi termičnega gibanja mnogo manjše kot energije, ki jih imajo elektroni v katodnih ceveh.

Hitrostna homogenost Ali se elektroni v izhodnem curku kaj razlikujejo po hitrosti? To bi se zgodilo, če bi se elektroni razlikovali po masi, po začetni energiji ob izstopu iz katode in po trkih ob anodo pri preletu skozi. Pričakujemo, da so mase vseh elektronov enake. Vpliv anodne luknje zanemarimo. Izhlapeli elektroni pa imajo le največ tolikšno začetno energijo, kot znaša termična energija delcev v katodi, torej okrog 0,1 eV. To pa je zanemarljivo v primerjavi z energijami preko aktualnih pospeševalnih napetosti nekaj sto ali tisoč voltov. Pričakujemo torej, da je elektronski curek hitrostno homogen.

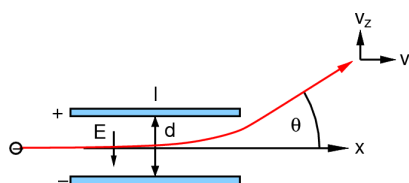
Hitrostna nehomogenost Kaj pa, če pospeševalna napetost ni konstantna, ampak se s časom hitro spreminja? To se dogaja pri indukcijskih tuljavah. V tem primeru so nekateri elektroni pospešeni z večjo in drugi z manjšo napetostjo. V curku zato najdemo elektrone z najrazličnejšimi hitrostmi. Taki curki so hitrostno nehomogeni.

39.4 Odklon curka v poljih

Elektronski curki nosijo naboj in ti naboji se gibljejo, torej predstavljajo električni tok. Zato nanje gotovo delujeta električna sila $\mathbf{F}_e = e\mathbf{E}$ (37.1) in magnetna sila $\mathbf{F}_m = I\mathbf{l} \times \mathbf{B}$ (37.30), ki se za posamičen elektron zapišeta kot

$$\mathbf{F} = e(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}). \quad (39.2)$$

Električni odklon Raziščimo vpliv teh sil! V vodoravno katodno cev namestimo kondenzator iz dveh podolgovatih ploščic dolžine l na medsebojni razdalji d . Skozi ta kondenzator naj teče elektronski curek; z njim je definirana os x . Napetost U med lističema ustvari v kondenzatorju homogeno polje $E = U/d$, ki je usmerjeno (postavimo) navpično navzdol.



Slika 39.3 Električni odklon. Curek elektronov se odkloni v električnem polju kondenzatorja.

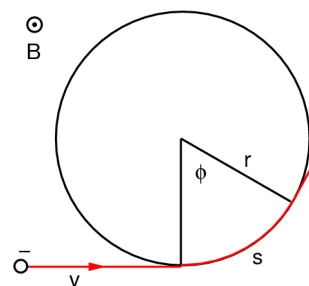
V kondenzatorju preživi elektron $t = l/v$ časa. Medtem mu električna sila podeljuje pospešek $a = F_e/m = eE/m$ in mu podeli hitrostno komponento navzgor $v_z = at = eEl/mv$. Po prehodu kondenzatorja je zato elektron odklonjen od prvotne smeri za kot $v_z/v = \tan \theta$, pri majhnih odklonih torej za

$$\theta = \frac{eEl}{mv^2}. \quad (39.3)$$

Vidimo, da $\theta \propto 1/mv^2$. Vsi elektroni z enako kinetično energijo se enako odklonijo. Rečemo, da je električno polje selektor curka po kinetični energiji. Kvalitativen poskus pokaže, da se elektronski curek res odkloni. Če je curek hitrostno nehomogen (na primer pridobljen z indukcijsko tuljavo), se pri tem raztegne v navpično pahljačo. Hitrejši elektroni pač preživijo v kondenzatorju manj časa in se manj odklonijo, počasnejši pa bolj.

Magnetni odklon

Postavimo na vsako stran katodne cevi enako obročasto tuljavo. Razmaknjeni naj bosta za polovico svojega premera: polje med takima tuljavama je namreč dobro homogeno. Odvisno je od toka, ki teče skozi njiju, in ga lahko izmerimo na primeren način. Polje naj bo pravokotno na cev in usmerjeno (postavimo) v desni bok gibajočih se elektronov.



Slika 39.4 Magnetni odklon. Curek elektronov se odkloni v magnetnem polju tuljave.

Curek čuti silo evB pravokotno na svojo smer, kar ga zvija navzdol v krožni lok z radijem r . Magnetna sila je centrifugalna, zato $evB = mv^2/r$, torej $1/r = eB/mv$. Po prehodu magnetnega polja po loku s so elektroni odklonjeni za kot $\phi = s/r$, to je

$$\phi = \frac{eBs}{mv}. \quad (39.4)$$

Vidimo, da $\phi \propto 1/mv$. Vsi elektroni z enako gibalno količino se enako odklonijo. Rečemo, da je magnetno polje selektor curka elektronov po gibalni količini. Kvalitativni poskus pokaže, da se elektronski curek res odkloni. Če je curek hitrostno nehomogen, se pri tem raztegne v navpično pahljačo. Hitrejši elektroni se manj odklonijo.

Hitrost elektronov

Kaj pa, če hkrati uporabimo navpično električno polje, ki odklanja curek navzdol, in vodoravno magnetno polje, ki odklanja curek navzgor? Premer tuljave v tem primeru naj bo enak dolžini kondenzatorja. Elektron, ki prileti s hitrostjo v v prekrizani polji,

čuti neto silo obeh polj in se ustrezno odkloni, navzgor ali navzdol. S prilagajanjem jakosti enega ali drugega polja (preko drsnih upornikov) lahko dosežemo, da se elektron ne odkloni nikamor, ampak potuje naprej v ravni črti. Tedaj velja $eE = evB$, torej

$$v = \frac{E}{B}. \quad (39.5)$$

Za elektrone, ki so preleteli napetost 300 voltov, tako izmerimo strahotne hitrosti okrog $10 \cdot 10^3$ km/s. V eni sekundi prepotuje tak elektron celotni premer Zemlje! Seveda pa je to še vedno zgolj 3 % svetlobne hitrosti. Če na prekržani polji vpadajo elektroni različnih hitrosti, se prepustijo v vodoravni smeri zgolj tisti s hitrostjo E/B , drugi pa zavijejo vstran. Polji zato delujeta kot *hitrostni selektor* elektronov.

Masa elektrona

Z izmerjeno hitrostjo v pri znani napetosti U_A je enolično določeno razmerje $e/m = v^2/2U_A$. Natančne meritve povejo $e/m = 1,7 \cdot 10^{11}$ C/kg. Ker poznamo $e = e_0$, je s tem ugotovljena tudi masa elektronov:

$$m_e = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}. \quad (39.6)$$

Elektron je torej 1800-krat lažji od atomske masne enote, ali kar je praktično isto, od vodikovega atoma.

Kaj pa, če ne poznamo napetosti U_A ? Tedaj uporabimo enačbi (39.3) in (39.4), ki opisujeta odklone in ne vsebujeta napetosti U_A . To je dvojica enačb z dvema spremenljivkama v in e/m . Njuna rešitev pove $v = \phi E / \theta B$ in $e/m = E \phi^2 / B^2 \theta l$. Za primer $\theta = \phi$ in $l = s$ velja $v = E/B$ in $e/m = E \theta / B^2 l$. To pa je že iskana enačba. Govori nam, kako meriti: nastavite primeren E in izmerite odklon θ . Vključite tuljavo in nastavite B tako, da se žarek vrne v izhodišče. Nato iz izmerkov izračunajte v in e/m .

39.5 Relativistični odklon

Sedaj, ko poznamo maso elektronov, lahko tudi izračunamo, s kakšno napetostjo jih moramo pospešiti, da se gibljejo relativistično. Velja $eU = (\gamma(v) - 1)mc^2$, iz česar sledi za $v/c = 0,9$ vrednost $U = 6,5 \cdot 10^6$ V, torej nekaj milijonov voltov. Tako visokih napetosti z obstoječimi usmerniki ne zmoremo ustvariti. Kljub temu pa izračunajmo, kako bi se takšni *relativistični elektroni* odklanjali v električnem in magnetnem polju.

Električni odklon

Opazovalni sistem S privežemo na kondenzator in opazovalni sistem S' na vpadajoči elektron. Za opazovalca v S torej kondenzator miruje in elektron se giblje v desno s hitrostjo v . Za opazovalca v S' pa elektron miruje in kondenzator se giblje v levo s hitrostjo $-v$. Čas v S , ki ga potrebuje elektron za prelet kondenzatorja, je $t = l/v$. Opazovalec S' vidi kondenzatorjevo polje $E' = \gamma E$. Opazovalec S' vidi skrajšan kondenzator $l' = l/\gamma$. V S' zato

potrebuje elektron preletni čas $t' = l'/v$. Vmes deluje nanj sila $F' = eE'$. Ta sila mu da pospešek (nerativistični, ker so hitrosti v_z majhne) $a' = F'/m$. V času t' zato pridobi hitrost $v_z' = a't'$. Ta hitrost v S znaša $v_z = v_z'/\gamma$. V dobljeno enačbo za v_z vstavimo, po vrsti, vse predhodne enačbe, delimo z v in dobimo

$$\theta = \frac{eEl}{\gamma m v^2}. \quad (39.7)$$

To je prav takšna enačba kot za počasne elektrone, če za njihovo maso vzamemo vrednost γm . Hitri elektroni se torej po teoriji relativnosti odklonijo manj, kot bi se po klasični teoriji.

Magnetni odklon

Gibalna enačba za elektron v magnetnem polju je $d(\gamma m \mathbf{v})/dt = e \mathbf{v} \times \mathbf{B}$. Ker je $\mathbf{E} = 0$, je $|\mathbf{v}| = \text{const}$. Zato je tudi $\gamma = \text{const}$ in lahko zapišemo $\gamma m d\mathbf{v}/dt = e \mathbf{v} \times \mathbf{B}$. To pomeni, da se hitri elektron odklanja ravno tako kot počasni, če le za njegovo maso vzamemo vrednost γm . Torej velja

$$\phi = \frac{eBs}{\gamma m v}. \quad (39.8)$$

Odklonska pot elektrona ima obliko krožnega loka z radijem r . Ker $\phi = s/r$, znaša ta radij $r = \gamma m v / eB$. Če je magnetno polje razsežno, lahko elektron v njem zariše cel krog.

Prekrižani polji

Enačbi za električni in magnetni odklon vsebujeta dve spremenljivki: v in e/m . Za primer $\theta = \phi$ in $l = s$ sledi iz izenačitve desnih strani enačb $v = E/B$. Vstavitev te hitrosti v prvo enačbo pa da $e/\gamma m = E\theta/B^2 l$. Hitrim elektronom torej izmerimo hitrost in razmerje e/m podobno kot počasnim. Po relativistični teoriji določeno razmerje je večje kot po klasični.

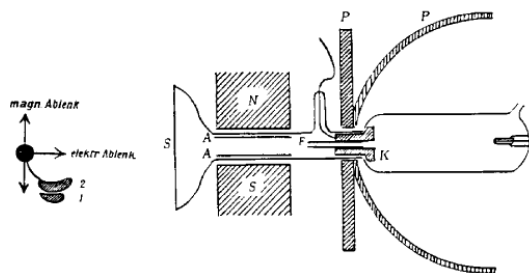
39.6 Masni spektrometer ionov

Kanalski žarki

Električno in magnetno polje odklanjata seveda tudi ione, pozitivne in negativne. S tem se ponuja način, kako meriti njihove mase. V prostor med katodo in anodo zapremo nekaj plina. Namesto da preluknjamo hladno anodo, preluknjajmo vročo katodo. Elektroni na svoji poti od katode na anodo ionizirajo plin in nastali pozitivni ioni potujejo proti katodi ter skozi njeno luknjico. Tako dobimo curek pozitivnih ionov oziroma *kanalske žarke*. Za razliko od curka elektronov pa niso niti masno niti hitrostno homogeni: saj lahko nastane ionizacija kjerkoli, pospeševalne razdalje se zato razlikujejo in s tem tudi pridobljene hitrosti.

Parabolični spektrometer

Ionski žarek je po odklonu v kondenzatorju navpično raztegnjen: v izbranem odklonu se znajdejo enako hitri, a masno različni ioni. Kako naj jih ločimo? S takim odklonom v vodoravni smeri, ki različno odklanja lahke kot težke delce. Takšno pa je magnetno polje, ki je vzporedno z električnim.



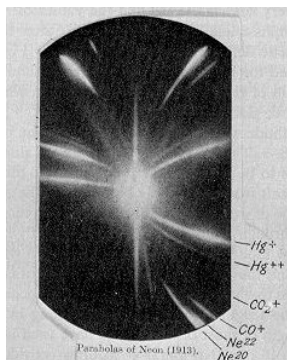
Slika 39.5 Masni spektrometer ionov. K = katoda, F = kanal, AA = kondenzator, NS = magnet, S = zaslon, P = ščitnik. V posodi na desni je plin. Priključena induksijska tuljava ga ionizira. Pozitivni ioni tečejo skozi kanal. Kondenzator jih odklanja navzdol in magnet vstran. Na zaslonu se rišejo deli parabol. (Thomson, J., 1897)

Izbrani ion se torej odklanja v navpični smeri za $\theta \propto z \propto eE/mv^2$ in v vodoravni za $\varphi \propto y \propto eB/mv$. Sorazmernostna koeficienta vsebujeta geometrične konstante. Z izločitvijo hitrosti iz obeh enačb dobimo

$$\frac{y^2}{z} \propto \frac{e}{m} \frac{B^2}{E}. \quad (39.9)$$

Ioni z istim e/m in različnimi hitrostmi torej zarišejo na zaslonu navpično parabolo, pravzaprav le njeno polovico. Različne točke na paraboli odgovarjajo istemu e/m in različni hitrosti. Če so prisotni različni ioni, vsak s svojim e/m , se zariše več parabol. Predpostavljamo, da nosijo ioni po en osnovni naboj. Če nosi ion dva naboja, se zariše kot ion z enim nabojem in polovično maso.

Masama m_1 in m_2 ustrezata pri višini z odmika y_1 in y_2 . Njuno razmerje znaša $m_1/m_2 = (y_2/y_1)^2$ in je neodvisno od velikosti in oblike priprave ter polj. Če poznamo maso ene parabole, z meritvijo odklikov y pri istem z določimo tudi maso vseh ostalih parabol. To delamo na fotografskem posnetku zaslona. Na posnetku ni vidna navpična os, zato naredimo dve polovični osvetlitvi in vmes zamenjamo smer magnetnega polja. Tako pridemo obe polovici parabol. Za umeritveno parabolo so primerni katerikoli ioni z znano maso, na primer kisikovi.



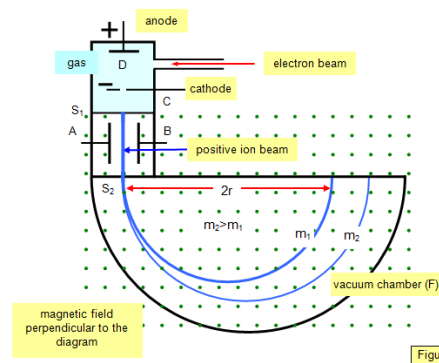
Slika 39.6 Masni spekter. Ioni z istim razmerjem e/m padajo na isto parabolo. Hitrejši ioni bližje vrhu, počasnejši bolj proč. Opazna sta dva izotopa neona. (Thomson, J., 1913)

Z opisanim *masnim spektrometrom* odkrijemo, da so elementi z necelim masnim številom pravzaprav mešanica elementov z

različnimi celimi masnimi števili. Neon, na primer, ima masno število 20,2, spektrometer pa pokaže dve vrsti ionov: 20 in 22, prvih več in drugih manj. Rečemo, da so to *izotopi* neona. S tem oživimo domnevo, da so atomi pravzaprav sestavljeni iz celega števila enako težkih delcev.

Polkrožni
spektrometer

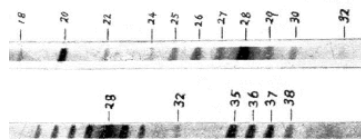
Ločljivost paraboličnega spektrometra znaša $\Delta m/m \approx 1/10$. Preučevanje izotopov pa zahteva večjo natančnost. Kot raziskovalci, ki nas zanima prav to področje, iščemo in izumimo mnoge izboljšave. Ena izmed njih je polkrožni spektrometer, ki dosega natančnost $1/10^3$.



Slika 39.7 Polkrožni spektrometer. Hitrostno homogeni curek ionov se v magnetnem polju razcepi v delne curke z različnim razmerjem e/m . Prikazana je shema spektrometra, ki ga je sestavil K. Bainbridge. (SchoolPhysics, UK)

Spektroskop je sestavljen iz ionske komore, selektorja hitrosti in masnega analizatorja. V ionski komori poseben elektronski curek bombardira atome in jih ionizira v pozitivne ione. Polje med anodo in preluknjano katodo pospeši nastale ione ven iz komore. Na izhodu imajo ioni različne hitrosti. Sledi prehod skozi prekržani E in B polji, ki prepustita le ione z ostro določeno hitrostjo $v = E/B$. Teh izstopnih elektronov je seveda mnogo manj, kot je vstopnih. Ionski curek nato vpade v homogeno magnetno polje, ki ga razcepi in ukrivi v delne curke z različnimi radiji. Ioni z enakimi masami m se uvrstijo v curek z radijem $r = mv/eB$. Ko se curki odklonijo za 180° , zadenejo ob ravno fotografsko ploščo. Curek z radijem r zadene ploščo na oddaljenosti $2r$ od vstopne točke. Masa ionov je torej kar sorazmerna z oddaljenostjo.

Zakaj prestrežemo curke pri 180° in ne kje drugje? Poskus (in tudi risba in račun) pokaže, da se curek, ki je pri vходу v magnetno polje zmeraj rahlo divergenten, po preletu za 180° spet lepo fokusira.



Slika 39.8 Masni spekter neona z izotopoma 20 in 22 ter klora z izotopoma 35 in 37, kakor ju je s svojim spektrometrom izmeril F. Aston. (University of Cambridge)

Večina spektrometrov deluje na pozitivne ione. Takšni so tudi ioni, ki bi drugače od njih pričakovali, da bodo negativni, recimo klorovi. Atomi v ionizacijski komori pri obstreljevanju z elektroni

pač prej izgubijo kak elektron kot pa da kakšnega ujamejo. Če pa kakšen negativni ion le nastane, ne zmore poti do katode.

39.7 Naboji na kapljicah

Malo nas skrbi, če imajo elektroni in ioni res zmeraj enako velik naboj oziroma celoštevilski mnogokratnik tega naboja. Morda pa bi lahko drobne naboje neposredno merili in sicer na drobnih nosilcih?

Meritev nabojev

Med vodoravni plošči kondenzatorja, ki je priključen z drsnim delilcem napetosti na baterijo 1000 V, razpršimo oljne kapljice. Te se zaradi drgnjenja skozi šobo naelektriijo. Opazujemo jih z daljnogledom, pri čemer jih osvetljujemo z žarnico. Dokler na ploščah ni napetosti, padajo kapljice enakomerno. Njihova teža je enaka linearnemu zračnemu upor: $\rho 4\pi r^3/3 = 6\pi\eta r v$. Vzgon zanemarimo. Z merjenjem hitrosti med dvema vodoravnima črtama določimo radij izbrane kapljice in iz njega maso. Potem vključimo napetost. Nekatere kapljice se pospešijo navzdol, druge navzgor, kakor so pač naelektrene. Napetost prilagodimo tako, da izbrana kapljica miruje. Tedaj je njena teža enaka električni sili: $mg = eU/l$, iz česar izračunamo naboj. Premerimo mnogo kapljic in ugotovimo, da so njihovi naboji res majhni mnogokratniki osnovnega naboja, za katerega dobimo $1,6 \cdot 10^{-19}$ As. Manjših nabojev ne opazimo. S tem smo potrdili dosedanje domnevo.



Slika 39.9 Merjenje osnovnega naboja na kapljicah v električnem polju ploščatega kondenzatorja. Prikazana je priprava, ki jo je zgradil in uporabil A. Millikan. (University of Chicago)

Pri meritvah včasih opazimo, kako mirujoča kapljica nenadoma začne padati ali se dvigati. Očitno je zajela kakšen ion iz okolice. Opazimo pa tudi, da se vse mirujoče kapljice sčasoma, v kakšni minuti, začno dvigati. Očitno izhlapevajo in električna sila prevlada nad težo.

39.8 Elektroni v snovi

Snov je polna elektronov. V dielektrikih – trdnih, tekočih in plinastih – so elektroni vezani v atomih. V trdnih kovinah se prosto gibljejo skozi rešetko iz "mirujočih" pozitivnih ionov. In v prevodnih raztopinah potujejo, kakor kavboji na konjih, na gibljivih negativnih in pozitivnih ionih. Nekateri pa tudi samostojno, kakor kavboji brez konj.

Število elektronov	Koliko je pravzaprav elektronov v atomih raznih vrst? Tega zaenkrat ne vemo. Privlačna je misel, da je v najlažjem atomu vodika en elektron, v vseh naslednjih po teži pa ustrezno več. Koliko pa je presežnih elektronov na nabitih telesih? Preučimo ploščati kondenzator, ki ima bakreni plošči z debelino $d = 0,1 \text{ mm}$ in ploščino po $S = 1 \text{ dm}^2$ na medsebojni razdalji $l = 1 \text{ cm}$. Vsaka elektroda ima maso $m = \rho S l = 8,9 \text{ g}$. V kilomolski masi bakra $M = 64 \text{ kg}$ je N_A atomov. Vsak atom prispeva, tako predpostavimo, 1 prevodni elektron. V kilomolski masi je zato N_A prevodnih elektronov. Skupni naboj teh elektronov je $N_A e_0 = 96 \cdot 10^6 \text{ As}$. V eni elektrodi pa je m/M tega naboja, to je $13\,400 \text{ As}$. Kondenzator ima kapaciteto $C = \epsilon_0 S/l = 8,9 \text{ pF}$. Z napetostjo 30 kV (ki jo dobimo iz tornega stroja in izmerimo s statičnim voltmetrom) spravimo na eno elektrodo naboj $e = CU = 2,7 \cdot 10^{-7} \text{ As}$. Večja napetost povzroči preboj. Vendar pa je ta naboj $13\,400 / 2,7 \cdot 10^{-7} = 50 \cdot 10^9$-krat manjši kot skupni naboj vseh prevodnih elektronov. To pomeni: na vsakih 50 milijard prostih elektronov pride en elektron viška. Kar se kaže kot velika naelektrenost teles, je pravzaprav hudo neznaten višek ali primanjkljaj elektronov na njih.
Hitrost elektronov v kovinah	Električni tok po žicah, to je gibanje elektronov vzdolž njih. Kako hitro se gibljejo elektroni? To pove gostota toka: $j = nev$, pri čemer $n = N/V = N_A \rho / M$. Maksimalni tok, ki lahko teče po bakreni žici, ne da bi se ta preveč grela, znaša $j = 10 \text{ A/mm}^2$. To pomeni, da se tedaj gibljejo elektroni s "strašno" hitrostjo $0,7 \text{ mm/s}$! To se na prvi pogled zdi malo, vendar tak elektron v eni sekundi preleti mimo milijona ionov. Seveda je to gibanje naloženo na obstoječe termično gibanje, ki je neprimerno hitrejše. Kako si ob tej majhni hitrosti razlagamo dejstvo, da se električna luč v stanovanju prižge takoj, ko pritisnemo na stikalo? Elektroni vzdolž žice se res premikajo počasi, njihov vpliv na naslednika v vrsti pa je bliskovit. Stvar je podobna, kot če z batom potisnemo vodo v cevi. Delci vode se premaknejo malo, njihov udarni val pa napreduje s hitrostjo zvoka.
Hitrost ionov v raztopinah	V vodni raztopini kislin, baz ali soli so nosilci električnega toka pozitivni in negativni ioni. Vsaka vrsta ionov se pri tem giblje s svojo hitrostjo in prispeva svoj delež k skupnemu toku: $j = n^+ e^+ v^+ + n^- e^- v^-$. Pozitivni ioni se gibljejo v smeri polja, negativni pa v nasprotni smeri, vendar imajo nasproten predznak, zato imata prispevka obojih enak znak. Obravnavajmo vodno raztopino morske soli NaCl. Ima naj koncentracijo 1 M/m^3, to je 58 kg/m^3. Če so vse molekule disociirane, je v raztopini natanko N_A ionov Na^+ in prav toliko ionov Cl^-. Ker nosita obe vrsti ionov enak naboj in sta približno enako težki, privzamemo, da se tudi gibljeta enako hitro. Potem velja $j = 2N_A v$. Pri toku 1 A/cm^2 tako

dobimo $v \sim 0,1 \text{ mm/s}$. Seveda je tudi to gibanje naloženo na obstoječe termično gibanje.

Lastnosti snovi

Elektroni in ioni v snovi so vzrok za njihove električne in magnetne lastnosti. Te so opisane z dielektričnostjo ϵ , permeabilnostjo μ in prevodnostjo σ ter z različnimi iz njih izpeljanimi količinami, na primer z lomnim količnikom n . Vse to so fenomenološke količine. Doslej se nismo kaj dosti spraševali, od česa so odvisne. Zadoščale so nam kvalitativne razlage. Zdaj, ko poznamo maso in naboj elektronov, pa se vprašamo, kako bi te makroskopske količine kvantitativno povezali z mikroskopskimi.

39.9 Dielektričnost

Nepolarne molekule

Začnimo z dielektričnostjo. Omejimo se na dielektrike v plinastem stanju. To pa zato, da bomo lahko zanemarili medsebojni vpliv molekul. Privzemimo najprej, da molekule nimajo stalnih dipolnih momentov. Za električno polje $\mathbf{E}$ v dielektriku velja, kakor vemo, povezava $\epsilon \mathbf{E} = \mathbf{E} + \mathbf{P}/\epsilon_0$ (1), pri čemer je polarizacija $\mathbf{P}$ enaka vsoti molekularnih dipolov $\mathbf{p}_e$ na prostorninsko enoto $\mathbf{P} = (N/V)\mathbf{p}_e$ (2). Za ne premočna polja privzamemo, da je influencirani molekularni dipol sorazmeren z lokalnim poljem na mestu molekule:

$$\mathbf{p}_e = \alpha \epsilon_0 \mathbf{E}_{\text{local}}. \quad (39.10)$$

Sorazmernostni koeficient α poimenujemo *polarizabilnost*.

Lokalno polje je vsota zunanega polja in polja okolišnjih molekul.

Ker so molekule daleč narazen, njihov vpliv zanemarimo in velja

$\mathbf{E}_{\text{local}} = \mathbf{E}$. Vstavimo (39.10) in (2) v (1), pa dobimo $\epsilon = 1 + (N/V)\alpha$.

Ker $N/V = Nm_1/Vm_1 = (Nm_1/V)/(M/N_A) = \rho N_A/M$, sledi

$$\frac{M}{\rho} (\epsilon - 1) = N_A \alpha. \quad (39.11)$$

Dielektričnost nepolarnega plina je torej sorazmerna z njegovo

gostoto. Meritve pokažejo, da je tak plin, na primer, vodik. Za

vodik pri standardnih pogojih izmerimo $\epsilon - 1 = 0,26 \times 10^{-3}$, iz

česar izračunamo najprej $\alpha = 10 \text{ Å}^3$ in nato iz tega

$p_e/E = 0,5 \cdot 10^{-6} \text{ eÅ} / (\text{kV/cm})$. Po zgledu eV smo vpeljali eÅ kot

$e \cdot \text{Å}$. Polje 1 kV/cm torej influencira v vodikovi molekuli električni

moment, ki ustreza razmiku dveh elementarnih nabojev za

$0,5 \cdot 10^{-6} \text{ Å}$. Razmik N nabojev je seveda N -krat manjši. Težišči

pozitivnega in negativnega naboja v vodikovi molekuli se torej

razmakneta manj kot za milijoninko njeneg premera.

Polarne molekule

Če imajo plinske molekule stalne električne momente, se ti bolj

ali manj obračajo v smeri polja. Porazdelitev dipolov po

odklonskem kotu θ glede na smer polja je odvisna od njihove

energije pri tem odklonu: $dn/nd\Omega = A \exp(p_e E \cos \theta / kT) \approx$

$A(1 + p_e E \cos \theta / kT)$. — V smeri $\theta = 0$ je delež $A(1 + p_e E / kT)$

dipolov, v smeri $\theta = \pi$ pa $A(1 - p_e E / kT)$ dipolov. Več dipolov je torej

v smeri polja kot v nasprotni smeri. To se kaže kot polarizacija. — Normirno konstanto določimo iz pogoja $\int (dn/n d\Omega) \cdot d\Omega = 1$. Integriramo po $d\Omega = 2\pi \sin \theta d\theta$ in dobimo $A = 1/4\pi$.

Povprečni moment v smeri polja znaša

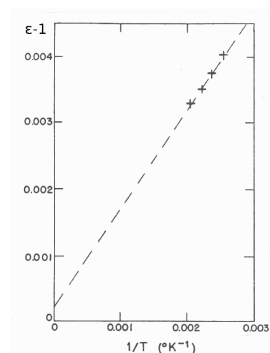
$\langle p_e \rangle = \int (dn/nd\Omega) p_e \cos \theta d\Omega$. Integriramo podobno kot prej in dobimo

$$\langle p_e \rangle = \frac{p_0^2}{3kT} E. \quad (39.12)$$

K dielektričnosti polarnih molekul prispevajo tako inducirani kot orientirani molekularni dipoli (DEBYE):

$$\frac{M}{\rho} (\epsilon - 1) = N_A \left(\alpha + \frac{p_0^2/\epsilon_0}{3kT} \right). \quad (39.13)$$

Konstanti α in p_0 sta značilni za posamezne snovi. Enačba ima obliko $y = a + b/T$. Z merjenjem dielektričnosti pri različnih gostotah in temperaturah lahko narišemo odvisnost y od $1/T$ ter dobimo premico. Iz nje določimo konstanti b in a in iz njiju električni moment p_0 ter polarizabilnost α .



Slika 39.10 Odvisnost susceptibilnosti $(\epsilon - 1)$ vodne pare od temperature $(1/T)$. Prikazani so merski podatki pri konstantni gostoti, to je v zaprti togi posodi. (Feynman, 1963)

Meritve pokažejo, da je tak plin, na primer, voda. Za vodo izmerimo $p_0 = 0,4 \text{ eÅ}$ in $\alpha = 1,5 \text{ Å}^3$. To sta tudi tipična reda velikosti za druge polarne molekule. Povprečni moment molekule pri sobni temperaturi, zasukan v smeri polja z jakostjo 1 kV/cm , znaša $\langle p_e \rangle = 20 \cdot 10^{-6} \text{ eÅ}$. Influencirani moment pa znaša $0,5 \cdot 10^{-6} \text{ eÅ}$, kar je za red velikosti manj.

Na osnovi izmerjenih električnih momentov lahko marsikaj sklepamo o molekulah. Vodna molekula H_2O , na primer, ima stalni električni moment. Zato ne more biti linearna $\text{H}-\text{O}-\text{H}$, ampak mora biti prepognjena. Molekula CO_2 pa stalnega momenta nima, zato tudi ne more biti prepognjena, ampak je linearna $\text{O}=\text{C}=\text{O}$. Oboje seveda že vemo iz prostostnih stopenj in razmerja specifičnih toplot [36.9].

Konstanti α in p_0 sta odvisni od tega, kako so pozitivni in negativni električni naboji porazdeljeni po molekuli, to je, kako je molekula zgrajena. Tega zaenkrat ne vemo podrobno. Upamo pa,

da bomo v nadaljevanju raziskav to dognali. Tedaj bomo obe konstanti lahko kar izračunali.

39.10 Permeabilnost

Nemagnetne
molekule

Kakor smo določevali električne momente plinskih molekul, tako določujemo tudi njihove magnetne momente. Preučimo najprej pline, katerih molekule nimajo stalnih magnetnih momentov. Poimenujmo jih nemagnetne molekule. Privzamemo, da se pri majhnih jakostih magnetnega polja v njih inducirajo magnetni momenti, ki so sorazmerni z jakostjo polja:

$$\mathbf{p}_m = \beta \mathbf{B} / \mu_0. \quad (39.14)$$

Sorazmernostni koeficient poimenujemo *magnetna polarizabilnost*. Upoštevajoč $\mathbf{M} = (N/V)\mathbf{p}_m$ in $\mathbf{B}/\mu = \mathbf{B} - \mu_0\mathbf{M}$ dobimo $1/\mu - 1 = -(N/V)\beta = -(\rho N_A/M)\beta$. Za μ , ki je blizu 1, velja $1/\mu - 1 \approx 1 - \mu$, zato

$$\frac{M}{\rho} (\mu - 1) = N_A \beta. \quad (39.15)$$

(Zašli smo v težave z oznakami: M pomeni kilomolsko maso in $\mathbf{M}$ magnetizacijo.) Permeabilnost plina iz nemagnetnih molekul je torej sorazmerna z njegovo gostoto.

Magnetne molekule

Stalne magnetne momente obravnavamo prav tako kot stalne električne momente, zato lahko rezultat kar prepišemo

$$\langle p_m \rangle = \frac{p_0^2}{3kT} B. \quad (39.16)$$

$$\frac{M}{\rho} (\mu - 1) = N_A \left(\beta + \frac{p_0^2 \mu_0}{3kT} \right). \quad (39.17)$$

(Spet smo v težavah z oznakami: p_0 pomeni velikost magnetnega, ne električnega momenta molekule.) Specifična susceptibilnost plina iz magnetnih molekul je torej obratno sorazmerna z njegovo temperaturo.

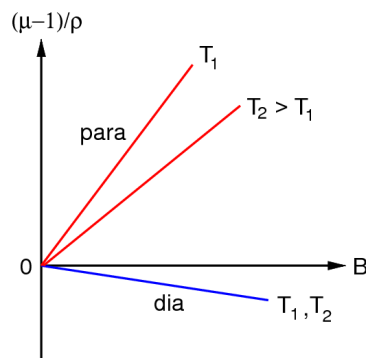
Težavne meritve

Ker imajo plini okrog 1000-krat manjšo gostoto kot snov v tekočem ali trdnem stanju, pričakujemo, da bo tudi njihova susceptibilnost ustrezno manjša, to je reda velikosti $\pm 10^{-9}$ pri standardnih pogojih. To se, žal, pokaže za resnično.

Z mnogo truda ugotovimo, da ima vodik nemagnetne molekule in susceptibilnost $-2,1 \cdot 10^{-9}$. Temu ustreza inducirani moment $p_m/B = -3,0 \cdot 10^{-10} \text{ Å}^2/\text{T}$. Predstavljajmo si, da kroži elektron v atomu s frekvenco ν okrog ploščine S . Tedaj ustvarja moment $p_m = IS = (e/t) \cdot S = e\nu S$. Momentu p_m torej ustreza frekvenca $\nu = p_m/eS$. Za vodikov moment to znese $1,9 \cdot 10^9 \text{ Hz}$. To se morda zdi na prvi pogled veliko, vendar je neznatno v primerjavi s frekvenco 10^{15} Hz , s katero nihajo elektroni, ko izsevajo vidno svetlobo.

Posebnost med plini je kisik, ki ima magnetne molekule in nenavadno veliko susceptibilnost $+1,9 \cdot 10^{-6}$. Iz temperaturne odvisnosti izluščimo $\beta \approx 0$ in $p_0 = 2,7 \cdot 10^{-3} \text{ Å}^2$. Pri sobni temperaturi potem velja $\langle p_m \rangle / B = 6,2 \cdot 10^{-6} \text{ Å}^2 / \text{T}$. Pri jakosti polja 1 T se torej vzdolž polja usmeri le tisočina razpoložljivega momenta.

Zanimivo je, da se kot plini z nemagnetnimi molekulami pokažejo le diamagnetni plini. Paramagnetni plini se pa vedno pokažejo kot plini z magnetnimi molekulami. To nas navaja na misel, da se sicer inducirajo momenti v vseh molekulah – nemagnetnih in magnetnih, vendar jih v slednjih zmeraj preglasijo orientirani momenti. Vse konstante β so negativne.



Slika 39.11 Odvisnost specifične magnetne susceptibilnosti $(\mu - 1)/\rho$ od magnetnega polja in temperature. Prikazane so kvalitativne odvisnosti za diamagnetno (modro) in paramagnetno (rdeče) snov.

Konstanti β in p_0 sta odvisni od tega, kako se pozitivni in negativni električni naboji gibljejo po molekuli, to je, kako je molekula zgrajena. Tega zaenkrat ne vemo podrobno. Upamo pa, da bomo v nadaljevanju raziskav to dognali. Tedaj bomo obe konstanti lahko kar izračunali.

39.11 Prevodniki

Prevodnost Elektroni v kovinski žici se prosto gibljejo in pri tem trkajo z ioni. Vedejo se kot plin. Če je v žici stalno električno polje, čutijo elektroni silo $\mathbf{F} = e\mathbf{E}$ in se gibljejo, kakor vemo iz kinetičnega opisa plinov, s prisilno hitrostjo (36.46)

$$\mathbf{v}_{\text{drift}} = \frac{e\mathbf{E}\tau}{m}. \quad (39.18)$$

Količina τ je povprečni čas med dvema trkoma (oznako za povprečje bomo kar izpustili). Ustrezna gostota toka znaša

$$\begin{aligned} \mathbf{j} &= ne\mathbf{v}_{\text{drift}} = \sigma\mathbf{E} \\ \sigma &= \frac{ne^2\tau}{m}. \end{aligned} \quad (39.19)$$

Količino σ poimenujemo specifično prevodnost kovine. Če upoštevamo $j = I/S$ in $E = U/l$, dobimo $I = (\sigma S/l)U$, v čemer takoj prepoznamo zakon upornosti $U = RI$, kjer $R = l/\sigma S = \xi/l$. Lepo je videti, da smo našli zanj mikroskopsko razlago in smo ga spremenili v izrek!

Enačba za specifično prevodnost omogoča, da izračunamo povprečni čas med trki. Za baker, na primer, poznamo $\sigma = 5,9 \cdot 10^7 / \Omega \text{ m}$ in $n = N/V = \rho N_A / M = 8,3 \cdot 10^{28} / \text{m}^3$ ter izračunamo $\tau = 2,5 \cdot 10^{-14} \text{ s}$. S tem je določena tudi prisilna hitrost $v_{\text{drift}}/E = 4 \text{ (mm/s)/(V/m)}$. Pri gostoti toka $j = 10 \text{ A/mm}^2$ vlada v žici polje $E = j/\sigma = 0,17 \text{ V/m}$, tako da je $v_{\text{drift}} = 0,7 \text{ mm/s}$, povsem v skladu s predhodnimi izračuni.

Kompleksna prevodnost

Kaj pa, če je kovina v spremenljivem električnem polju? To je tedaj, ko je žica priključena na izmenično napetost. Ko se elektron giblje skozi kovino, ima ob vsakem trenutku t gibalno količino $\mathbf{G}(t)$. Dve stvari se lahko zgodita v kratkem prihodnjem času dt . — Prvič, elektron doživi trk z verjetnostjo dt/τ , izgubi vso dotedanjo gibalno količino in izide iz trka s slučajno gibalno količino $e\mathbf{E}dt$. Prispevek elektrona k svoji novi gibalni količini znaša $\mathbf{G}_1(t + dt) = dt/\tau \cdot e\mathbf{E}dt$. — In drugič, elektron ne doživi trka z verjetnostjo $1 - dt/\tau$. Po času dt ima potem gibalno količino $\mathbf{G}(t) + e\mathbf{E}dt$. Prispevek k svoji novi gibalni količini znaša $\mathbf{G}_2(t + dt) = (1 - dt/\tau)(\mathbf{G}(t) + e\mathbf{E}dt)$. Oba prispevka seštejemo, zanemarimo višje potence dt in dobimo

$$\frac{d\mathbf{G}}{dt} = -\frac{\mathbf{G}}{\tau} + e\mathbf{E}. \quad (39.20)$$

To je gibalna enačba s pospeševalno silo $e\mathbf{E}$ in z zaviralno silo $\mathbf{G}/\tau$. Pri enakomernem gibanju je leva stran enaka nič in enačba preide v znano obliko (39.18).

Za polje $\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 \exp(-i\omega t)$ poiščemo rešitev enačbe z nastavkom $\mathbf{G} = \mathbf{G}_0 \exp(-i\omega t)$. Tako pridemo do enačbe $\mathbf{G}_0 = e\mathbf{E}_0\tau/(1 - i\omega\tau)$. Množimo obe strani z ne/m in dobimo

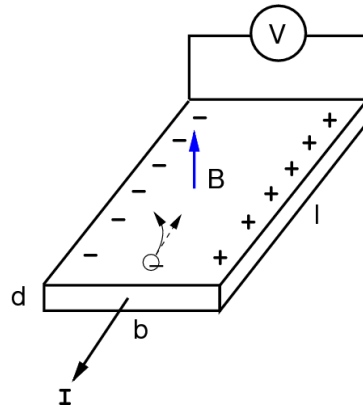
$$\mathbf{j} = \hat{\sigma}\mathbf{E} \quad (39.21)$$

$$\hat{\sigma} = \frac{\sigma}{1 - i\omega\tau}.$$

Pridelali smo kompleksno prevodnost, ki je odvisna od frekvence polja. To pomeni, da gostota toka ni več v fazi z jakostjo polja. Z naraščajočo frekvenco se prevodnost manjša. To je razumljivo: preden uspe polje dovolj pospešiti elektrone, se že obrne in jih začne pospeševati nazaj. Vpliv pa je znaten šele pri visokih frekvencah, ko postane $1/\omega$ primerljiv s τ . To pa so že frekvence vidne svetlobe. Za $\omega = 0$ se enačba skrči na že znano stacionarno obliko, kakor tudi mora biti.

Prečna napetost

Elektronski curek se v magnetnem polju odklanja. To bi moralo veljati tudi za električni tok po prevodniku. Če po prevodniku v obliki traku teče tok in je nanj pravokotno usmerjeno magnetno polje, bi se morali elektroni nakopičiti ob enem robu. Tako bi se morala pojaviti napetost med obema robovoma traku. Izračunajmo to *prečno napetost*.



Slika 39.12 Prečna napetost. Ko teče električni tok skozi prevodnik v magnetnem polju, se prečno nanj pojavi električna napetost.

Kovinski trak naj bo širok b in debel d . Vzdlž njega naj teče tok $I = nev \cdot bd$. Elektron v toku čuti magnetno silo $F_m = evB$. Iz prve enačbe izrazimo hitrost v in jo vstavimo v drugo enačbo ter dobimo $F_m = IB/nbd$. To magnetno silo uravnoveša električna sila $F_e = eU/b$. Z izenačitvijo sil dobimo (HALL)

$$U = \frac{1}{ne} \frac{IB}{d}. \quad (39.22)$$

Prečna napetost je torej sorazmerna s tokom in z magnetnim poljem. Sorazmernostni koeficient je odvisen od gostote prevodniških elektronov. Za baker, recimo, smo že predpostavljali $n = 8,3 \cdot 10^{28} / \text{m}^3$, zato je sorazmernostna konstanta zanj enaka $7,5 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3/\text{As}$. Za trak debeline $0,1 \text{ mm}$, tok 1 A in polje 1 T dobimo, po računu, $U = 75 \mu\text{V}$. Merjenje prečne napetosti pri znanem toku in polju pokaže, da je sorazmernostna konstanta bakra $5 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3/\text{As}$. To pomeni, da je prevodniških elektronov več, kot smo domnevali, in vsak atom bakra odda v povprečju $1,5$ elektrona v skupno elektronsko morje.

Magnetni trak s tokom je priročen merilnik za magnetno polje, a žal le za velike jakosti. Rekli mu bomo kar *magnetna sonda*. Prav tako lahko z njim merimo gostoto prevodniških elektronov v različnih kovinah.

39.12 Svetloba in elektroni

Svetloba v plazmi

Za elektromagnetni val v prevodniku velja $\hat{\epsilon} = 1 + i\sigma/\epsilon_0\omega$. V enačbi namesto prevodnosti σ upoštevamo kompleksno prevodnost $\hat{\sigma}$, torej $\hat{\epsilon} = 1 + i\hat{\sigma}/\epsilon_0\omega$. Vstavimo $\hat{\sigma}$, pri visokih frekvencah v faktorju $(1 - i\omega\tau)$ zanemarimo 1 in dobimo

$$\epsilon \approx 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \quad (39.23)$$

$$\omega_p^2 = \frac{ne^2}{m\epsilon_0}.$$

Plazemska frekvenca ω_p določa, kako se valovanje vede. Če $\omega < \omega_p$, je ϵ realen in negativen, zato je k imaginaren: val se po vpadu hitro zaduši. Če $\omega > \omega_p$, pa je ϵ realen in pozitiven, zato je

k realen: valovanje potuje skozi prevodnik brez dušenja. Za kovine je $\omega_p \sim 10^{15}$ Hz. To pomeni, da so za vidno svetlobo nepropustne, kar razumno odgovarja resnici.

Atomski oscilatorji

Poglejmo še svetlobo v dielektričnem plinu. Predpostavimo, da lahko elektroni v atomih prosto nihajo. Izbrani elektron lahko niha z lastno frekvenco ω_0 , recimo v smeri z . To pomeni, da je v atomu vezan z elastično silo $m\omega_0^2 z$. Opravka imamo z *atomskim oscilatorjem*.

Ko svetloba potuje čez atom, se elektron znajde v spremenljivem elektromagnetnem polju. Nanj delujeta električna in magnetna sila. Razmerje teh sil je $F_m/F_e \leq evB/eE$, pri čemer je v hitrost elektrona. Ker $B = E/c$, velja $F_m/F_e \leq v/c$. Če $v \ll c$, kar predpostavimo, je magnetna sila zanemarljiva.

Elektron v nihajočem električnem polju vsiljeno niha. Zanj velja gibalna enačba $mz'' = -m\omega_0^2 z - eE_0 \sin \omega t$. Enačbo smo že srečali in rešili (34.31), zato rezultat kar prepišemo: $z = z_0 \sin \omega t$ in $z_0 = eE_0/m(\omega_0^2 - \omega^2)$. Upoštevamo po vrsti $p_e = ez$, $P = (N/V)p_e$, $P = \epsilon_0(\epsilon - 1)E$, $\epsilon - 1 = n^2 - 1 = (n - 1)(n + 1) \approx 2(n - 1)$, pa dobimo *disperzijsko enačbo*

$$n - 1 = \frac{e^2/m}{2\epsilon_0(\omega_0^2 - \omega^2)} \frac{N}{V}. \quad (39.24)$$

Mejni primeri

Za dolge valove lahko zanemarimo ω v primerjavi z ω_0 . Tedaj je lomni količnik neodvisen od valovne dolžine in je opisan s konstantama ω_0 in N/V . Zrak je prozoren za vidno svetlobo. Svetlobo absorbira šele v ultravijoličnem delu spektra, pri valovni dolžini $\lambda = 1860 \text{ \AA}$. To odgovarja frekvenci $\nu = 1,6 \cdot 10^{15}$ Hz. Elektron absorbira najmočnejše svetlobo tiste frekvence, ki jo sam seva, zato je navedena frekvenca tudi lastna frekvenca elektronovega nihanja. Konstanta $N/V = N_A \rho/M$ je popolnoma določena z gostoto $1,3 \text{ kg/m}^3$ in povprečno kilomolsko maso $28,8 \text{ kg}$ zraka, zato izračunamo $n - 1 = 4 \cdot 10^{-4}$. To se dobro ujema z izmerjeno vrednostjo $3 \cdot 10^{-4}$ pri standardnih pogojih.

Disperzijska enačba pove, kako je lomni količnik odvisen od frekvence svetlobe. Za vidno področje je imenovalc pozitiven, zato lomni količnik narašča s frekvenco. To je v skladu z opazovanji: vijolična svetloba se lomi močnejše kot rdeča.

Ko je frekvenca svetlobe enaka lastni frekvenci elektrona, bi moral biti lomni količnik neskončen. To je seveda posledica uporabljenih aproksimacij: nismo upoštevali, da je nihanje elektrona dušeno, ker pač seva energijo.

Ko postane frekvenca svetlobe mnogo višja od lastne frekvence elektrona, lahko zanemarimo ω_0 v primerjavi z ω . Lomni količnik postane manjši od ena. To na prvi pogled pomeni, da se giblje zelo kratkovalovna svetloba v snovi hitreje kot v vakuumu. Težavo

odpravimo z naslednjo domnevo. V nekem smislu je res: hitrost čistega harmoničnega valovanja – njegova fazna hitrost – je lahko večja od c . Ovojnica dveh ali več čistih valov, ki se gibljejo z različno fazno hitrostjo, pa kaže modulacijske "hribe" in "doline", in njihova hitrost – grupna hitrost – ni nikoli večja od c . Za prenos sporočil je vedno potrebno modulirano valovanje in s tem je rešena teorija relativnosti. V raziskavo te razlage se ne bomo spuščali.

Večkratni oscilatorji

Pri izpeljavi disperzijske enačbe smo obravnavali atom kot harmonični oscilator z eno samo frekvenco. To gotovo ni res: kot vemo, sevajo atomi mnogo različnih frekvenc. Zato moramo disperzijski model ustrezno izpopolniti. Njegova naravna posplošitev je

$$n - 1 = \frac{N}{V} \sum f_k \frac{e^2/m}{2\varepsilon_0(\omega_k^2 - \omega^2)}. \quad (39.25)$$

Frekvence ω_k so določene z lego črt v spektru plina, koeficienti f_k pa z njihovo relativno jakostjo. Dokler ne poznamo zgradbe atomov, obojih ne moremo izračunati, ampak se moramo opreti na izmerke. $\square$