20 Deformacije

Vzmeti – Prožnost trdnine – Čvrstost trdnine – Stisljivost tekočine – Viskoznost tekočine – Pretakanje tekočine – Viskozni tok in upor – Tok idealne tekočine – Dinamični upor in vzgon – Površinska napetost

20.1 Vzmeti

Vijačna vzmet

Vijačna vzmet, ki jo uporabljamo za merjenje sil, je *prožna*: ob majhni obremenitvi se raztegne in ob razbremenitvi spet skrči v prvotno obliko. Kot že vemo [19.4], je raztezek vzmeti sorazmeren z obremenitvijo (HOOKE):

$$F = ks\,. \tag{20.1}$$

Ko vzmet napnemo, opravimo delo. Pri popuščanju pa vzmet spet odda delo. Ali ga odda ravno toliko, kot ga je prejala? Da, ker je sila vzmeti $F = ks$ pri vsakem raztezku enaka ne glede na to, ali jo napenjamo ali popuščamo. Delo $A = \int F\,\mathrm{d}s$ je torej

$$A = \frac{1}{2}\,ks_2{}^2 - \frac{1}{2}\,ks_1{}^2 = \Delta W\,. \tag{20.2}$$

S tem smo definirali *prožnostno energijo W* napete vzmeti. Prejeto ali oddano delo je enako spremembi te energije.

Polžasta vzmet

Tudi za zasuk polžaste vzmeti velja podobno. Navor vzmeti znaša

$$M = k\varphi\,. \tag{20.3}$$

Sorazmernostno konstanto smo zapisali kar z isto črko kot pri vijačni vzmeti. Delo sile, ki ustvarja navor, torej $A = \int F\,\mathrm{d}s = \int M\,\mathrm{d}\varphi$, je

$$A = \frac{1}{2}\,k\varphi_2{}^2 - \frac{1}{2}\,k\varphi_1{}^2 = \Delta W\,. \tag{20.4}$$

Delo je spet enako spremembi prožnostne energije, le izraz zanjo je drugačen, ker je pač polžasta vzmet drugačna od vijačne.

Vrste energije

Kar smo povedali za vijačno vzmet in polžasto vzmet, velja za vsako telo, dokler so njegove deformacije tako majhne, da se vede kot popolnoma prožno. Delo, ki ga prejme tako telo, je odvisno le od končne deformacije, ne pa tudi od vmesnih sprememb. Zato smemo reči, da je prejeto oziroma oddano delo enako spremembi prožnostne energije.

Tako smo poleg dosedanje kinetične energije, ki jo ima telo zaradi svojega gibanja, in težne energije, ki jo ima zaradi svoje lege, vpeljali še prožnostno energijo, ki jo ima telo zaradi svojega (napetega) stanja. Slednjima dvema rečemo tudi *potencialni energiji*. Vse to so različne vrste energije. V primernih okoliščinah se njihova vsota ohranja.

Strelni lok

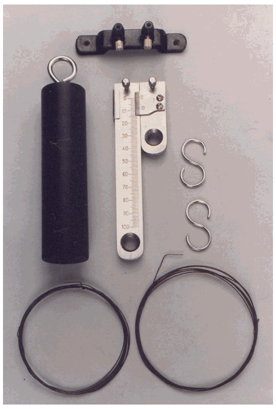
Lovski lok je prožno telo. Ko potegnemo tetivo nazaj, mu povečamo prožnostno energijo za ΔW. Ko nato tetivo spustimo, ta pred seboj potisne puščico in ji poveča kinetično energijo za ΔK. Če zanemarimo razne izgube, se vsota prožnostne in kinetične energije ohranja. To pomeni, da je pri strelu povečanje kinetične energije enako zmanjšanju prožnostne energije. Ocenimo, s kakšno hitrostjo zapusti puščica lok! Postavimo, da je sila loka sorazmerna z nategom. Pri natezni dolžini $0{,}5\,\mathrm{m}$ naj znaša $20\,\mathrm{kp}$. Pri napenjanju potem opravimo delo $(20\,\mathrm{kp}\cdot 0{,}5\,\mathrm{m})/2 = 50\,\mathrm{J}$. Tolikšna je tudi pridobljena prožnostna energija loka in, po strelu, kinetična energija puščice. Masa puščice je $25\,\mathrm{g}$, zato znaša hitrost okrog $60\,\mathrm{m/s}$. Če se v kinetično energijo pretvori le $1/2\cdot 50\,\mathrm{J}$, dobi puščica hitrost $\sqrt{(1/2)}\cdot 60\,\mathrm{m/s} \approx 40$ m/s.

20.2 Prožnost trdnine

Koliko se vijačna vzmet raztegne pri izbrani obremenitvi, je odvisno od njene dolžine, debeline, števila navojev in snovi, iz katere je narejena. Dve enaki vzmeti iz različnih snovi se različno raztegneta. Očitno so ene snovi bolj raztegljive kot druge. Opišimo to njihovo lastnost s številom!

Natezanje

Najpreprostejša obremenitev trdnine je *natezna obremenitev*. Tanko bakreno žico s presekom S in dolžino l obesimo na strop in jo spodaj obremenimo z utežjo F. Žica se raztegne za podaljšek Δl. Večanje obremenitve pokaže, da je podaljšek sorazmeren s silo.



Slika 20.1 Pribor za merjenje raztega žice. Z leve sponke, pripete na strop, visi pomožna žica z glavno skalo na spodnjem koncu; napeta je s pomožno utežjo. Z desne sponke visi merjena žica s kazalcem v obliki nonijske skale. Deset nonijskih enot ustreza devetim enotam na glavni skali. Merjeno žico obremenimo z raznimi utežmi. Nonij drsi ob glavni skali in omogoča meritve z natančnostjo $0{,}1\,\mathrm{mm}$. (Global Lab Ware)

Če bi imela žica dvakrat večji presek, bi – domnevamo – za isti raztezek potrebovali dvakrat večjo silo; in če bi bila žica dvakrat daljša, bi se pri isti sili dvakrat bolj raztegnila. Pričakujemo torej, da je relativni raztezek $\Delta l/l$ sorazmeren z *natezno napetostjo* $F_\perp/S$:

$$\frac{F_\perp}{S} = E\,\frac{\Delta l}{l}\,. \tag{20.5}$$

Sorazmernostni koeficient E poimenujemo *prožnostni modul* snovi. Poskusi potrdijo pričakovanje. Bakru izmerimo prožnostni modul $11 \cdot 10^3$ kp/mm^2. To pomeni, da potrebujemo obremenitev 11 kp, če hočemo žico s presekom 1 mm^2 raztegniti za $1/10^3$ lastne dolžine. Manjši prožnostni modul pomeni večji razteg. Najmanjši modul ima kavčuk, okrog 1 kp/mm^2.

Stiskanje

Namesto da raztegujemo tanko žico, lahko stiskamo debel valj ali kvader, in sicer s hidravlično stiskalnico. To je *tlačna obremenitev*. Pričakujemo, da bo za stiskanje veljal isti zakon kot za raztezanje. Poskus – bolj v mislih kot zares – to potrdi.

Striženje

Žico in kvader smo deformirali z dvema nasprotnima silama, ki sta delovali pravokotno na spodnjo in zgornjo ploskev, in sicer natezno ali tlačno. Kaj pa, če bi sili vlekli vzporedno s ploskvama vsaka na svojo stran? To je *strižna obremenitev* telesa. Pričakujemo, da bi se v tem primeru kvader deformiral v paralelepiped z nagibnim kotom α.

Slika 20.2 Priprava za merjenje zasuka žice. Vodoravno žico obremenimo z utežjo preko škripca. Zasuk pokažeta dva kazalca. Je sorazmeren z navorom. (Altec Lab Equipment)

Za poskus je najlažje, da uporabimo tanko cev dolžine l, polmera r in debeline $\mathrm{d}r$. To ni nič drugega kakor tanek kvader $l \cdot 2\pi r \cdot \mathrm{d}r$, zvit v valj. Cev namestimo vodoravno. En konec utrdimo, na drugi konec cevi pritrdimo škripec, ga obremenimo z znanim navorom in merimo zasuk φ. Ta zasuk je povezan z nagibnim kotom paralelepipeda: $\alpha = (r/l)\varphi$. Ugotovimo, da je zasuk sorazmeren s *strižno napetostjo* $F_{\parallel}/S$, ki prijemlje na obroču cevi:

$$\frac{F_{\parallel}}{S} = G\alpha \,. \tag{20.6}$$

Sorazmernostni koeficient G poimenujemo *strižni modul*. Za baker izmerimo $5 \cdot 10^3$ kp/mm^2. Bakrena cev, dolga 1 m, premera 1 cm in debeline 1 mm, na katero je nataknjen škripec premera 10 cm, obremenjen z utežjo 5 kp, se torej zasuka za kot 3,6 stopinje. Strižni modul je istega reda velikosti kot prožnostni modul. Nasploh so pri trdninah prožnostni moduli 2 do 3-krat večji od strižnih.

20.3 Čvrstost trdnine

Meja prožnosti

Sorazmernost med raztegom in obremenitvijo velja le za majhne obremenitve. Če te presežejo določeno mejo, razteg ni več linearen, vendar se žica po razbremenitvi še vedno vrne v začetno stanje. Ko obremenitev še naprej večamo, ostaja žica po razbremenitvi bolj ali manj raztegnjena: presežena je bila njena *meja prožnosti*. Za baker znaša 10 kp/mm^2. Še večje obremenitve pa prej ali slej žico pretrgajo; presegle so *mejo natezne trdnosti*. Pri bakru je ta 2 do 5-krat večja od meje prožnosti. Nekatere snovi, recimo steklo, se pretrgajo, preden dosežejo mejo prožnosti.

Upogib in lom

Lesena palica, ki jo upogibamo, se uvija, dokler ne poči. Na zunanji, izbočeni strani deluje nanjo natezna obremenitev in na notranji tlačna. Palica zmeraj poči na zunanji strani: meja natezne trdnosti lesa je manjša kot meja njegove tlačne trdnosti. Preden poči, se sveža palica upogne mnogo bolj kot suha. Rečemo da je prva bolj *žilava* in druga bolj *krhka*. Kovine so žilave in kamnine so krhke.

Teža in trdnost

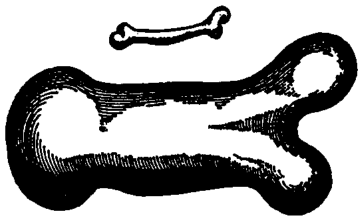
Z mejami trdnosti – natezne, tlačne ali strižne – je podana *čvrstost snovi*. Zanimajo nas zlasti tlačne in natezne trdnosti gradbenih snovi. Za apnenec izmerimo visoko tlačno trdnost 5 kp/mm^2 in kar 8-krat nižjo natezno trdnost. Apnenčast kvader, podprt na vsakem koncu, se zaradi svoje teže v sredini upogiba navzdol. Pri tem se na spodnji strani razteza in na zgornji stiska. Če je kvader dovolj dolg in težek, na spodnji strani poči. To so vedeli že stari graditelji templjev, ko so polagali prečne kamnite bloke na pokončne stebre: postavljati so jih morali zelo na gosto. Kasneje so se gradbeniki naučili, da namesto ravnega prečnega kvadra namestijo lok iz stikajočih se prisekanih kamnov in tako natezno obremenitev spremenijo v tlačno. Takšne zgradbe – templji in mostovi – so mnogo trdnejše in razdalje med stebri so lahko večje.

Slika 20.3 Gradbeni lok, sestavljen iz prisekanih kamnov. Prenese mnogo večje obremenitve kot raven, na obeh straneh podprt kamnit tram. Prikazani so loki na rimskem vodovodu. (Anon)

Težnost in bitja

Prostornine dreves enake oblike so sorazmerne s kubi njihovih višin l. Ker je specifična teža lesa v vseh drevesih približno enaka, velja sorazmernost tudi za njihove teže: $F_g \propto l^3$. Ploščine debelnih presekov so sorazmerne s kvadrati višin: $S \propto l^2$. Razmerje $F_g/S \propto l$, torej tlak, očitno narašča z velikostjo drevesa. (Dvakrat višje drevo ima štirikrat večji presek in osemkrat večjo težo. Na enoto preseka zato pritiska dvakrat večja sila.) Prej ali slej preseže tlačno trdnost lesa in drevo se zruši pod lastno težo. Ali pa se pod vetrom upogne, preseže natezno trdnost in zlomi. V naravi zato ni dreves, ki bi presegla 120 m višine. Od dveh enako težkih dreves je tisto, ki ima večji presek, manj tlačno obremenjeno. Velika drevesa morajo zato biti čokata, majhna pa so lahko vitka.

Tudi živali so podložne istim zakonom. Njihove nožne kosti so obremenjene s težo teles. Očitno morajo biti kosti dovolj čvrste. Zato morajo imeti velike živali bolj čokate kosti kot majhne živali. Antilopa z velikostjo slona bi si polomila vse noge.



Slika 20.4 Stegnenica majhne in velike živali. Prva je mnogo bolj vitka kot druga. (Galilei, 1638)

S trdnostjo kosti in težnostjo je omejena tudi velikost živali. Na kopnem je ta meja dosežena s slonom. V vodi, kjer vzgon zmanjšuje težo, so živali lahko precej večje; takšni so kiti. Če kita naplavi na obalo, ga lastna teža tako stisne, da zaradi težav z dihanjem pogine.

20.4 Stisljivost tekočine

Stiskanje vode

Tekočin ne moremo stiskati enostransko, ampak to delamo z vseh strani. V steklenico, opremljeno z zamaškom in cevko, nalijemo vodo ter jo postavimo v hidravlično stiskalnico, napolnjeno z oljem. Stiskalnica je opremljena z manometrom in ima debelo stekleno okence, da lahko gledamo vanjo. Že pri majhnih tlakih 1–2 kp/cm^2 opazimo, da se gladina vode v cevki zniža. Voda se torej pod tlakom skrči. Velja

$$\Delta p = K \frac{\Delta V}{V} . \tag{20.7}$$

Sorazmernostni koeficient K poimenujemo *modul stisljivosti*. Rahlo je odvisen od tlaka. Za vodo izmerimo $20 \cdot 10^3$ kp/cm^2 pri nizkih tlakih; z večanjem tlaka se ta vrednost počasi povečuje. Prostorninsko skrčenje je zelo majhno: za relativno skrčenje za 1 % je potreben pritisk kar 200 kp/cm^2! Toliko je torej voda stisnjena na globini 2 km pod morsko gladino. V večini primerov lahko njeno stisljivost zato zanemarimo.

Stiskanje zraka

Tudi zrak je tekočina, le da nima gladine. Izkušnje s tlačilkami nam povedo, da je zrak – v nasprotju z vodo – zelo stisljiv. Kako stisljiv?

Slika 20.5 Stiskanje zraka. V desni krak nalivamo živo srebro in s tem večamo pritisk na ujeti zrak v levem kraku. Prostornina ujetega zraka se zmanjšuje in je obratno sorazmerna s pritiskom. (Larive, 1895)

Domislimo se naslednjega poskusa. Stekleno cevko ukrivimo v obliko J in zapremo krajši krak. Potem v drugi krak vlijemo toliko živega srebra, da ostane zrak v kratkem kraku ujet. Pod kakšnim pritiskom je, pove razlika obeh živosrebrnih stolpcev. Z nadaljnim dolivanjem živega strebra čedalje bolj stiskamo zrak in ob tem merimo njegovo prostornino in pritisk. Vsakokrat počakamo, da se razmere v krakih umirijo. Odkrijemo, da velja obratna sorazmernost

$$pV = p_0 V_0 . \qquad (20.8)$$

To je *plinski stisljivostni zakon* (BOYLE). Če se pritisk dvakrat poveča, se prostornina dvakrat zmanjša. To je vse kaj drugega kot pri vodi. Ko odprto steklenico z zrakom, z grlom navzdol, potopimo v morje, je že pri 10 metrih globine zrak v njej stisnjen v zgornjo polovico prostornine. Če bi steklenico spustili na globino 1 km, bi bil tam zrak stisnjen že na 1 % svoje začetne prostornine. Tako se kitu stiska zrak v pljučih, ko se potaplja! Za zrak pod kakršnimkoli tlakom lahko rečemo, da je podoben stisnjeni vzmeti.

Stiskanje drugih plinov

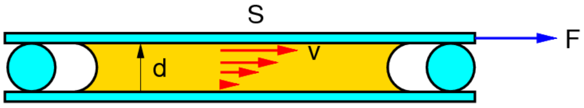
Stiskanje ponovimo tudi z drugimi plini, ki jih že poznamo, recimo s kisikom ali vodikom. Prav tako merimo pline pri nižjih tlakih od zračnega: srednji del cevke moramo le nadomestiti z gumijasto cevjo in odprti kos cevke znižati. Vsakokrat dobimo isto odvisnost – obratno sorazmernost. Le pri visokih tlakih nad 100 kp/cm^2 se začnejo pojavljati odstopanja – stiskanje ni več tako veliko, kot bi "moralo" biti.

Kakšen je modul stisljivosti za pline? Logaritmiranje in diferenciranja stisljivostnega zakona (20.8) pove $\mathrm{d}p/p + \mathrm{d}V/V = 0$, torej $\mathrm{d}p = -p\mathrm{d}V/V$. Primerjava z enačbo (20.7) pa izdа $K = p$. Čim večji je tlak, tem težje je dodatno stiskati plin.

20.5 Viskoznost tekočine

Viskoznost

Poleg tlačni obremenitvi lahko tekočine izpostavimo tudi strižni obremenitvi. Na vodoravno stekleno ploščo natočimo plast medu in ga pokrijemo z drugo ploščo, ki drsi na jeklenih kroglicah. Zgornjo ploščo povlečemo s padajočo utežjo. Plošča se začne gibati in doseže neko stalno hitrost. Med torej ni prožen glede na strižno obremenitev, ampak je *viskozen*. To je tudi glavna razlika med trdnino in tekočino in razlog za njuno različno poimenovanje. V medu raztroseni kristalčki sladkorja nadalje pokažejo, da plast medu ob vsaki plošči miruje, vmesne plasti pa drsijo druga ob drugi. Če je razmik med ploščama majhen, je profil hitrosti med njima linearen. Tudi druge tekočine bolj ali manj rade tečejo; rečemo, da so manj ali bolj viskozne.



Slika 20.6 Viskoznost – notranje trenje v tekočinah. Plasti tekočine, ki drsijo druga ob drugi z različnimi hitrostmi, se med seboj tarejo. Za vzdrževanje gibanja je potrebna zunanja sila. Hitrost je sorazmerna tej sili.

Modul viskoznosti

Kako bi viskoznost opisali s številom? Gibanje zgornje plošče se ne spremeni, če si jo mislimo razrezano na pol in vsako polovico obremenjeno s polovično silo. Prirast hitrosti na debelinsko enoto se pa tudi ne bi spremenil, če bi se zgornja plošča pomikala s polovično hitrostjo na polovični debelini. Pričakujemo torej sorazmernost med hitrostnim gradientom $\Delta v/l$ in strižno napetostjo $F_\parallel/S$. Poskus to potrdi:

$$\frac{F_\parallel}{S} = \eta\,\frac{\Delta v}{l}\,. \tag{20.9}$$

Sorazmernostni koeficient poimenujemo *modul viskoznosti* ali kar viskoznost η. Za med izmerimo $10\,\mathrm{Ns/m^2}$. To pomeni, da je potrebna sila $10\,\mathrm{N}$ na zgornjo ploskev $1\,\mathrm{m^2}$, če hočemo, da se ta giblje s hitrostjo $1\,\mathrm{cm/s}$ na razdalji $1\,\mathrm{cm}$ od spodnje plošče.

Viskozimeter

Merjenje viskoznosti z vzporednima ploščama je nerodno in le malo natančno. Bolje je, če namesto njiju vzamemo dva cilindra, enega znotraj drugega, ločena s tanko vmesno špranjo. Preko njunega vrtenja izmerimo viskoznost vode, $1\cdot10^{-3}\,\mathrm{Ns/m^2}$, in olja, 80-krat toliko. Viskoznost raztaljenih kovin, recimo svinca, je istega reda velikosti kot pri vodi. Viskoznost zraka je pa premajhna, da bi jo tako merili. Počakati bomo morali, da bomo ugotovili takšne posledice viskoznosti na pretakanje tekočin – torej enačbe, vsebujoče viskoznost –, ki nam bodo to omogočile.

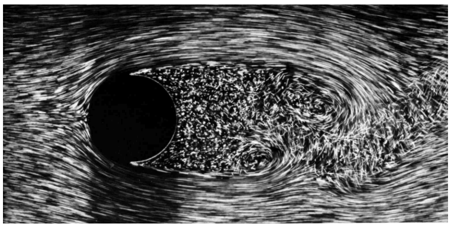
20.6 Pretakanje tekočine

Tokovnice

Vetrovi pihajo nad tlemi, reke tečejo po strugah in pitna voda po vodovodnih ceveh: tekočine in plini se pretakajo. Kakšno je to pretakanje, pokažejo razne nečistoče, ki jih tokovi nosijo s sabo: listje v zraku, odlomljene vejice na rečni gladini ter žagovina, ki jo natrosimo v vodni tok in jo opazujemo skozi prozorne steklene cevi. Rečemo, da so to tokovni indikatorji. Indikator kaže, kako se giblje tekočina v njegovi okolici. V kratkem časovnem intervalu zariše vsak indikator kratek premik. Množica premikov od vseh indikatorjev ob istem času kaže trenutno sliko toka. Kar sili nas, da zaporedne premike povežemo v črte *tokovnice*. Tokovnica kaže, kako se – ob istem času – premikajo delci tekočine na njej, namreč v smeri lokalnih tangent. Tokovnice se nikjer ne sekajo, kajti to bi pomenilo, da ima tamkajšnji delec dve različni hitrosti hkrati, kar pa ni mogoče.

Dve vrsti tokov

Ko preučujemo tokovnice v različnih tokovih, ugotovimo, da jih lahko razdelimo v dve skupini. Ene so takšne kot lepo počesani lasje: tako teče olje iz steklenice in voda v mirni, tihi reki. Rekli bomo, da je to *laminarno* gibanje. Druge tokovnice so pa takšne kot skuštrani lasje: pojavljajo se v zvrtinčeni vodi okrog skal v brzicah in v vseh zračnih vetrovih, najsibo šibkih ali močnih. To je *turbulentno* gibanje. Polje tokovnic se s časom praviloma spreminja. Kadar se ne, pa rečemo, da je *stacionarno*. Samo laminarno gibanje je lahko stacionarno, turbulentno gibanje je vedno nestacionarno.



Slika 20.7 Tok vode okrog valja. Valj je postavljen navpično in sega nad vodno gladino. Gibanje gladine je vidno zaradi sledi vbrizganih zračnih mehurčkov. Tok pred valjem je laminaren in za njim turbulenten. Če je valj majhen, hitrost majhna in viskoznost velika, je tok povsod laminaren. (Dyke, 1982)

Turbulentni količnik

Kaj vpliva na to, kakšne bodo tokovnice? Iz povedanega se zdi, da je kriva predvsem viskoznost, ki duši turbulenco, vplivajo pa tudi gostota, hitrost in razsežnost toka. Morda je za gibanje tekočinskega elementa pomembno, kakšno je razmerje med delom pospeševanja in delom trenja? Prvega ocenimo s kinetično energijo elementa $\rho V v^2/2$ in drugega z viskozno silo (20.9) preko njegove dolžine $\eta S(v/l)\cdot l$. Upoštevamo, da je prostornina elementa sorazmerna z l^3 in površina z l^2, pa dobimo

$$R = \frac{l v \rho}{\eta}\,. \tag{20.10}$$

To je *turbulentni količnik* (Reynolds). Majhne vrednosti tega količnika oznanjajo laminarno gibanje in velike vrednosti turbulentno gibanje. Kakšne so konkretne številčne vrednosti, pa je odvisno od konkretne oblike toka. Z opazovanjem toka vode po okrogli cevi ugotovimo, da tok ne more biti turbulenten, če $R < 2000$. Pri večjem tokovnem količniku pa se gibanje rado sprevrže v turbulentno.

Jakost toka

Koliko snovi se pretoči v časovni enoti skozi celotni presek toka, povemo z *masnim tokom* Φ_m ali s *prostorninskim tokom* Φ_V:

$$\Phi_m = \frac{\mathrm{d}m}{\mathrm{d}t} \tag{20.11}$$
$$\Phi_V = \frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}t}$$
$$\Phi_m = \rho\Phi_V\,.$$

S prostorninskim tokom je definirana tudi *povprečna hitrost* toka: $\Phi_V = S\bar{v}$.

20.7 Viskozni tok in upor

Tok po cevi

Ko teče voda laminarno po vodoravni cevi polmera r in dolžine l, čuti viskozni upor $F \propto \eta \cdot 2\pi rl \cdot \bar{v}/r$. Ta upor premaguje tlačna razlika med koncema cevi $F = \Delta p \cdot \pi r^2$. Povprečno hitrost izrazimo s prostorninskim pretokom $\bar{v} = \Phi_V/\pi r^2$ in dobimo $\Phi_V \propto (r^4/\eta)(\Delta p/l)$. Sorazmernostni koeficient določimo eksperimentalno, z neposrednim merjenjem pretoka:

$$\Phi_V = c \cdot \frac{r^4}{\eta}\frac{\Delta p}{l}\,, \quad c = 0{,}39 \approx \pi/8\,. \tag{20.12}$$

To je *zakon o laminarnem pretoku*. Pretok je močno odvisen od premera cevi: le majhno povečanje premera zelo poveča pretok. To se dogaja, na primer, s krvnimi žilami, ko telovadimo.

Tok okrog krogle

Kroglica, ki laminarno pada skozi vodo, čuti viskozni upor $F \propto \eta \cdot 4\pi r^2 \cdot v/r$, torej $F \propto \eta rv$. Temu uporu nasprotuje sila teže, zmanjšana za vzgon. Sorazmernostni koeficient določimo eksperimentalno, z neposredno meritvijo sile:

$$F = c \cdot \eta rv\,, \quad c = 19 \approx 6\pi\,. \tag{20.13}$$

To je *linearni zakon upora*. Poskusi kažejo, da velja za $R < 0{,}1$. Zakon velja tudi za telesa, ki niso kroglasta, le sorazmernostni koeficient je zanje drugačen.

Kapilarni in kroglični viskozimeter

Z enačbama za pretok in upor lahko udobno določamo viskoznosti tekočin: skoznje spuščamo kroglico preko izbrane razdalje in merimo hitrost padanja; ali pa z znanim pritiskom (recimo z živosrebrnim stolpcem) poganjamo izbrano prostornino tekočine po kapilari in merimo potrebni čas. S kapilarno metodo določimo viskoznost zraka $18 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{Ns/m^2}$. To je za dva reda velikosti manj od vode. Račun pove, da oblačne kapljice s premerom pod 0,1 mm – take, ki jih komaj še vidimo – padajo skozi zrak s hitrostjo 0,3 m/s. Turbulentni količnik je pri tem reda velikosti

10^{-5}, zato je linearni zakon upora veljaven in gibanje je zagotovo laminarno. Zdaj vemo, zakaj nam oblaki ne zgrmijo na glavo.

Viskoznost in bitja

Teža enako oblikovanih živali je sorazmerna s kubom njihovih dolžin: $F_g \propto l^3$. Pri gibanju skozi zrak ali vodo čuti žival viskozni upor $F_v \propto l$. Razmerje teh dveh sil znaša $F_g/F_v \propto l^2$. Pri velikih živalih, recimo pri ljudeh, je vpliv viskoznosti zanemarljiv z vplivi težnosti. Pri majhnih živalih, recimo pri raznem morskem planktonu (z velikostjo med 10^{-3} do 1 milimetra), ki ga vidimo pod mikroskopom, pa je ravno obratno: zanje je težnost nepomembna. Njihov svet je svet viskoznosti.

Človek, ki plava po morju, se poganja naprej z zamahi rok in nog. Ko odrine vodo nazaj s silo F, deluje voda nanj z nasprotno enako silo naprej. Ribe počno to z zamahi repa in plavuti. Po končanem zamahu drsi veliko telo še nekaj časa naprej. Ima pač precejšnjo maso in s tem kinetično energijo. Potrebna je dolga pot, da delo viskozne sile zmanjša hitrost na nič. Drobno bitje, ki se požene naprej z nožicami, bičkom ali migetalkami, pa se takoj ustavi. Tako je, kot da bi mi plavali v morju medu.

Slika 20.8 Regratovo seme. Tanke nitke, ki tvorijo padalo, imajo veliko površino in majhno prostornino. Zaradi viskoznega upora padajo skozi zrak zelo počasi. (Anon)

Človeka, ki skoči v globino, pospešuje teža in zavira upor zraka. Slednji narašča s hitrostjo. Dokler je hitrost majhna, je upor zanemarljiv v primerjavi s težo in padanje je enakomerno pospešeno. Pri padcu z višine 10 m tako človek pridobi hitrost 14 m/s, kar je dovolj, da se na trdih tleh polomi do smrti. Drugače je pri regratovih semenih v zraku. Viskozni upor postane enako velik teži že pri zelo majhni hitrosti padanja. Tedaj postane padanje enakomerno. Semena plavajo po zraku in tokovi jih nosijo, kamor hočejo. Tudi mravlja doseže končno hitrost padanja komaj 1 m/s. Ni se ji treba bati padcev.

20.8 Tok idealne tekočine

Pri velikih vrednostih tokovnega količnika je viskozna sila zanemarljiva v primerjavi s tlačnimi silami, ki tekočino poganjajo. Če so tudi spremembe gostote zanemarljive, bomo rekli, da imamo opravka z *idealno tekočino*. Idealna tekočina ima, po definiciji, viskoznost nič in je nestisljiva. V mnogih primerih je to dober približek za gibanje vode in zraka.

Batna brizgalka

Cilinder z ozko izhodno šobo na eni strani in z batom na drugi strani napolnimo z vodo. To je batna brizgalka: ko potisnemo bat navznoter, iz šobe brizga voda. Naj ima cilinder prostornino V, bat pa potiskajmo s tlakom, ki je za Δp večji od zračnega tlaka. Ko potisnemo bat do konca, opravimo delo ΔpV. To delo je prejela masa m vode, ki je iztekla s hitrostjo v. Ker pri idealni vodi ni trenja in je nestisljiva, je dovedeno delo enako spremembi njene kinetične energije, to je, tlačna razlika je enaka spremembi *gostote kinetične energije*: $\Delta p = \rho v^2/2$. Posebne vrste brizgalka so kar naša usta, ko skozi šobo pihamo zrak. S pljuči ustvarimo nadtlak okrog 0,1 bara, kar pomeni, da izpihujemo zrak s presenetljivo hitrostjo okrog 130 m/s.

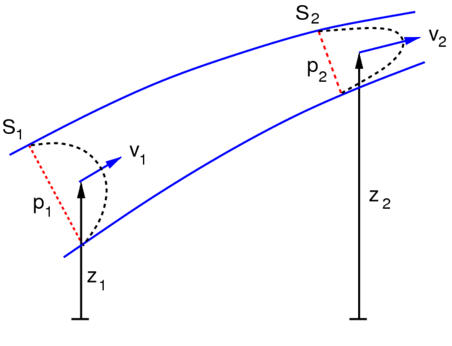
Iztekanje iz posode

Namesto da potiskamo vodo iz posode z batom, jo lahko potiska kar njena lastna teža. V posodo, ki ima iztočno šobo skozi steno, nalijemo vodo do višine h nad njo. Na globini šobe vlada znotraj posode za $\Delta p = \rho g h$ večji tlak kot zunaj. Ta razlika tlakov potisne vodo po šobi in ji podeli ustrezno gostoto kinetične energije, to je, voda pridobi hitrost $v^2/2 = gh$.

Hitrost iztekajočega elementa vode je torej prav takšna, kot da bi prosto padel z gladine. Če šobo obrnemo navzgor, bi moral curek doseči gladino vode, vendar mu to ne uspe povsem. Nekaj dela se je pač potrošilo drugod kot za povečanje kinetične energije. Napovedano hitrost iztekanja lahko tudi preverimo z merjenjem. Najlažje je, če merimo prostornino iztekle vode v izbranem času ter jo delimo s presekom šobe. Ugotovimo, da je izmerjena hitrost za okrog 5–10 % manjša od izračunane. To je cena, ki jo plačamo zaradi računske predpostavke o idealnosti tekočine.

Tok v tokovni niti

Pri iztekanju vode iz posode potuje vsak del vode vzdolž ozkega svežnja tokovnic – *tokovne niti*. Ko se del vode spušča, mu notranji tlak narašča in se mu težna energija zmanjšuje, in ko se pospešuje v šobo, mu notranji tlak upada in se mu kinetična energija povečuje. Pričakujemo, da velja to za stacionarno gibanje tekočine v poljubni tokovni niti sredi kakršnegakoli toka. Kako to dokazati?



Slika 20.9 Tokovna nit. V nestisljivi in neviskozni tekočini se vzdolž toka ohranja vsota tlaka, gostote kinetične in gostote težne energije.

Tekočino v tokovni niti med presekoma S_1 in S_2 v mislih pobarvajmo. V kratkem času se pobarvani kos premakne naprej. Spredaj odteče prostornina $S_2 v_2$ in zadaj doteče $S_1 v_1$; prostornini sta enaki, V, in imata enako maso, m. Zaradi tlaka spredaj in zadaj prejme pobarvana tekočina delo $(p_1 - p_2)V$. Kinetična energija se ji spremeni za $m{v_2}^2/2 - m{v_1}^2/2$ in težna za

$mgh_2 - mgh_1$. Dovedeno delo je enako spremembi energije, kar pomeni, da je vzdolž (ne predolgega kosa) tokovne niti

$$p + \rho g h + \frac{\rho v^2}{2} = \text{const}\,. \tag{20.14}$$

To je *tokovna enačba* (D. BERNOULLI), ki je pravzaprav izrek o ohranitvi kinetične in težne energije. Privzeli smo, da sosednja tekočina deluje na pobarvano tokovno nit pravokotno, kakor da bi obe med seboj mirovali. Okolica potem ne opravlja nobenega dela. Kar velja za tokovno nit, velja tudi za širok snop niti, recimo za stacionarni tok po cevi s spremenljivim presekom. Računati moramo le s povprečnimi hitrostmi. Povedano velja celo za turbulentno gibanje, če je le tok stalen; seveda moramo pri tem zanemariti majhne spremembe tlaka in kinetične energije, ki so povezane z vrtinci.

Tok skozi ožino

Če ima vodoravna cev, po kateri teče voda, ožino, se tam hitrost poveča, saj se voda nikjer ne kopiči, to je, njen prostorninski tok je stalen. Tokovna enačba pove, da je zato v tej ožini tlak znižan. Kako bi ga izmerili? Najbolje tako, da bi po toku spustili majhen plavajoč manometer. Ker pa to ne gre, v cev na vrhnji strani izvrtamo luknjice in vanje vstavimo navpične cevke – tekočinske manometre. Pazimo, da cevke ne segajo preko stene v cev, ker bi s tem popačili tokovnice. Višina vode v manometrih kaže, kakšen je tamkajšnji tlak. Res je v ožini manjši kot na obeh straneh.

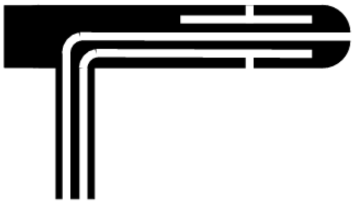
Slika 20.10 Ožinski tokomer za zrak. Pretok zraka skozi cev je enolično določen s tlačno razliko med njenim širokim in ozkim delom. S tem sta določeni tudi povprečni hitrosti na obeh mestih. (HyperPhysics)

Povezavo med pritiskom in hitrostjo uporabimo za merjenje pretoka tekočine po cevi z ožino. Pred ožino in v njej priključimo primeren manometer. Hitrosti na obeh mestih sta povezani s tamkajšnjima presekoma: $v_1 = \Phi_V/S_1$ in $v_2 = \Phi_V/S_2$. Vstavitev v tokovno enačbo (20.14) pove, kako je iskani pretok odvisen od izmerjene tlačne razlike. Z najdenim pretokom pa so določene tudi hitrosti v obeh presekih. To je *ožinski tokomer*.

20.9 Dinamični upor in vzgon

Zastojni tlak

Pri pravokotnem vpadu na oviro se tokovnica konča in na tem mestu povzroči dodatni *zastojni tlak* $\Delta p = \rho v^2/2$. Vseeno je, ali se giblje tekočina in ovira miruje, ali pa tekočina miruje in se giblje ovira. Reka, na primer, teče okrog mostnega stebra in ladja pluje po morju. Na prednji strani stebra in na kljunu ladje nastaja zastojni tlak. Če ga uspemo izmeriti, s tem določimo relativno hitrost gibanja ovire in toka. Zastojni tlak v toku tekočine merimo z valjem z zaobljenim prednjim delom. Valj ima luknjo v zastojni točki in drugo na plašču. Luknji sta povezani s krakoma manometra. To je *zastojni tokomer*. Z njim udobno merimo hitrosti brez merjenja poti in časov.



Slika 20.11 Zastojni tokomer. Hitrost tekočine je enolično določena z razliko med čelnim in bočnim tlakom. Razliko tlakov merimo s priključenim manometrom.

Dinamični upor

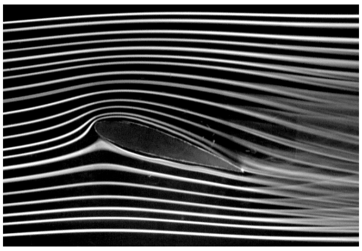
Okrogla plošča s ploščino S čuti zaradi zastojnega tlaka upor $F \propto \Delta p\,S$. Ne smemo pričakovati, da bo sorazmernostni koeficient natanko 1, ampak ga bomo morali določiti eksperimentalno. Pričakujemo pa, da bo tovrsten *dinamični upor* veljal tudi za drugače oblikovana telesa z enakim presekom, le sorazmernostni koeficient zanje bo drugačen:

$$F = \frac{1}{2}\, c\rho S v^2 \,. \tag{20.15}$$

To je *kvadratni zakon upora*. Meritve sile s tehtnico pokažejo, da drži in da ima koeficient c za ravno ploščo vrednost 1,1, za kroglo 0,4 in za ribjo obliko 0,04. Čim manj zastaja voda za oviro, to je, čim manj vrtincev nastaja za njo, tem manjši je upor. Poskusi tudi pokažejo, da velja zakon za kroglo pri tokovnih količnikih $R > 1000$. Tako padajo dežne kaplje ob ravnovesju teže in dinamičnega upora. Kaplja s premerom 5 mm, na primer, pada s hitrostjo 6 m/s.

Dinamični vzgon

Dinamični upor deluje na telo v smeri gibanja tekočine. To je zato, ker je telo simetrične oblike in simetrično postavljeno. Če pa recimo okroglo ploščo nagnemo proti vetru, deluje nanjo sila poševno navzgor. To silo razstavimo v dve komponenti: vodoravno in navpično. Prvo še naprej imenujemo upor, drugi pa rečemo *dinamični vzgon*. Na vrvico privezana poševna plošča se v vetru dvigne v višave: tako otroci spuščajo zmaje. Naprej ga vlečejo s silo, ki uravnoveša upor, dinamični vzgon pa tišči zmaja navzgor in drži ravnovesje njegovi teži.



Slika 20.12 Nesimetrični tok zraka okoli podolgovate ovire. Tokovnice so označene z dimom. Upor deluje poševno nazaj in navzgor. Sestavljen je iz dveh komponent, vzdolžne in navpične. Slednja oviro dviguje. Tako v vetru lebdijo privezani zmaji in jadrajo ptice. (University of Cambridge)

Ptice na podoben način uravnavajo lego peruti in jadrajo po zraku. Njihove peruti so oblikovane tako, da je upor čim manjši, vzgon pa čim večji. In jadrnice postavljajo svoja jadra pod kotom glede na veter ter jadrajo poševno proti njemu.

20.10 Površinska napetost

Tanek curek vode, ki izteka iz pipe, se spodaj razdrobi v kapljice. Ko polijemo vodo po zamaščeni stekleni plošči, se na njej oblikujejo majhne kaplje in večje mlakuže. In tudi dež, ki pada iz oblakov, ni nič drugega kot množica kapljic. Zdi se, kot da bi majhne količine vode ne mogle obstajati drugače kot v obliki kapljic – kot da bi bila površina vode nekakšna opna, ki drži vodo skupaj.

Napetost gladine

Poglejmo, če je to res. V vodo potopimo obroč iz tanke žice in ga obesimo na vzmetno tehtnico. Ta kaže njegovo težo, zmanjšano za vzgon. Potem nižamo posodo z vodo, dokler obroč ne predre gladine. Tedaj za sabo potegne cilinder vode in tehtnica pokaže povečano silo. Sila je neodvisna od dolžine in debeline cilindra, je pa sorazmerna z njegovim obsegom. Gladina torej deluje na svoj rob dolžine l s pravokotno silo

$$\frac{F}{l} = \gamma\,. \tag{20.16}$$

Poimenujemo jo *površinska napetost*. Poskus z obročem pove, za vodo, $\gamma = 7 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{N/m}$.

Ukrivljenost gladine

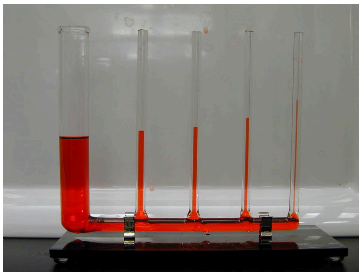
Zaradi površinske napetosti, ki stiska vodno kapljico, mora biti v njej večji tlak kot zunaj. Na površini si mislimo majhen kvadrat z dolžino stranice l. Iz središča r vidimo (rahlo zakrivljeno) stranico pod kotom φ. Na vsako stranico deluje površinska napetost s silo γl. Sili na dveh nasprotnih stranicah se razlikujeta po smeri za kot φ in imata delno rezultanto $\gamma l \varphi$, vse štiri sile pa dvakrat toliko. Ta rezultanta mora biti nasprotno enaka pritisku na kvadrat, $\Delta p l^2$. Z upoštevanjem $l/r = \varphi$ dobimo

$$\Delta p = \frac{2\gamma}{r}\,. \tag{20.17}$$

Čim manjša je kapljica, tem večji je tlak. V oblačni kapljici s premerom 0,1 mm je tlak za 30 milibarov večji kot zunaj.

Kapilarnost

Gladina ni ukrivljena samo pri kapljici, ampak tudi takrat, ko je voda nalita v posodi: ob steni je gladina zavihana navzgor. Če v vodo vtaknemo tanko navpično cevko, se gladina v njej oblikuje v vbočen disk in se nekoliko dvigne. V cevki s premerom 1 mm, na primer, se dvigne za 3 cm. Rečemo, da je to *kapilarni dvig*. Kako si ga razložimo?



Slika 20.13 Kapilare. Tanke cevke, po katerih se dviga voda zaradi površinske napetosti. Tanjša ko je cevka, više se dvigne voda. (MIT – Massachusetts Institute of Technology)

Na gladini vode v posodi je tlak enak zračnemu. Prav tak je tlak znotraj cevke na isti višini. Tik pod gladino v cevki pa je tlak za $\rho g h$ manjši od zračnega tlaka tik nad njo. Prav tolikšna mora biti dodatna površinska napetost navzgor. Površinska napetost med robom gladine in steno torej vleče vodo navzgor. Čisto cevko voda povsem omoči in gladina v njej zavzame obliko polkrogle. Tedaj velja $\rho g h = 2\gamma/r$. Enačba je uporabna za merjenje površinske napetosti. Različne tekočine imajo seveda različne površinske napetosti. Zlasti je zanimivo živo srebro, ki v kapilari dela izbočen disk in se v njej spušča, ne dviguje. To je zato, ker ne omaka sten.

Mastna jeklena igla, ki jo previdno položimo na vodno gladino, plava. Voda namreč igle ne omoči, gladina se pod njo ukrivi ter s površinske napetostjo uravnovesi obremenitev. To izkoriščajo nekatere žuželke, da hodijo po vodi. Za njih je pač površinska napetost vode zadosti velika. Večje živali so za kaj takega pretežke. □