Spika, 2011, No. 3, pp. 113–115

Zemlja kot krogla

Marjan Divjak

1. Uvod

Ko se iz Ljubljane premaknemo proti jugu dovolj daleč v drug kraj, opazimo, da tam Sonce kulminira višje na nebu. Dalje ko potujemo proti jugu, večja je srednja višina kulminacij, nihanje deklinacij okrog nje pa ostaja enako. Podobno je pri potovanju proti vzhodu. Dalje ko potujemo, prej po naši prenosni uri kulminira Sonce, a nihanje anomalij okrog tega časa ostaja nespremenjeno.

Kdor je potoval po svetu, je opisane pojave gotovo že sam opazil. Razlagamo si jih lahko z naslednjim geocentričnim modelom. Po njem ima Zemlja obliko krogle. Okrog nje na veliki oddaljenosti kroži Sonce. En obhod naredi v enem dnevu. Hitrost kroženja ni vedno enaka, kar se kaže kot časovna anomalija. Os kroženja je togo povezana z Zemljo in jo prebada skozi središče ter skozi dve diametralno nasprotni točki, pola. Zveznica Zemlja-Sonce je ob enakonočjih pravokotna na os kroženja, drugače pa se nagiba proti severu ali jugu, kar se kaže kot deklinacija.

Z meritivami višin in časov kulminacij v izbranih krajih lahko po Zemlji razpredemo koordinatno mrežo poldnevnikov in vzporednikov. Poldnevniki so glavni krogi skozi oba pola; kraji na njih imajo enak čas kulminacije. Vzporedniki so krogi, ki oklepajo os kroženja. Kraji na njih imajo enako višino kulminacije. Kaj ne bi bilo zanimivo izmeriti poldnevnik in vzporednik, ki gresta skozi naše opazovališče v neznanem kraju? Ali pa izmeriti dva vzporednika, ki gresta skozi dva kraja na Zemlji, ter njuno medsebojno razdaljo in iz obojega izračunati velikost Zemlje, kakor so to storili naši predniki?

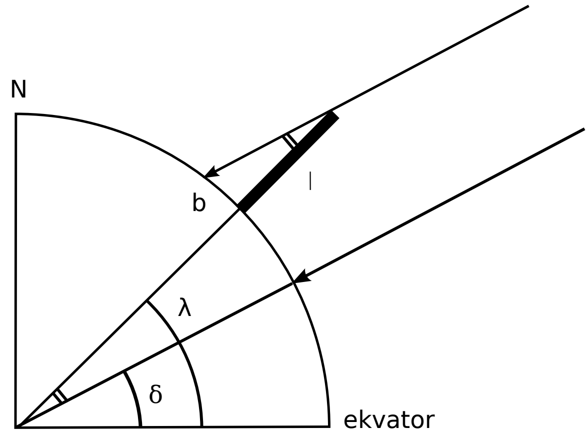
2. Zemljepisne koordinate

Zemljepisna širina opazovališča λ je definirana preko srednje višine kulminacij h_0 kot $\lambda = 90° - h_0$. V Ljubljani znaša 46,1°. Kraji na največjem vzporedniku, ekvatorju, imajo zemljepisno širino 0°, severni pol pa 90°. Na južni polobli je podobno.

Širino najbolj preprosto določimo z gnomonom, navpično palico na vodoravni podlagi. Izmeriti moramo dolžino sence, ko je najkrajša in kaže proti severu (na severni polobli). Slika 1 pove

$$\frac{b}{l} = \tan(\lambda - \delta)\,,$$

pri čemer je b dolžina sence, l višina gnomona in δ deklinacija Sonca ob času meritve.



Slika 1: Določitev zemljepisne širine z gnomonom.

Zemljepisna dolžina φ je definirana s pomočjo srednjega greenwiškega časa kulminacij t_0 kot $\varphi = ((12\,\mathrm{h} - t_0) / 1\,\mathrm{h})\,15°$. Ljubljana ima dolžino 14,5°. Kraji na greenwiškem poldnevniku imajo dolžino 0°, na srednjeevropskem poldnevniku 15° itd. Proti zahodu gre podobno. Dolžino merimo z uro, ki kaže greenwiški čas, in z gnomonom. Izmeriti moramo čas, ko je senca najkrajša. To lahko naredimo na dva načina.

A. Najprej določimo lokalni poldnevnik: ob poljubnem času pred poldnevom označimo vrh sence, nato pa čakamo do tistega časa popoldne, ko je senca spet enako dolga; nato kot med obema razpolovimo. Ko poldnevnik imamo, lahko na poljubni dan merimo čas t, ko pade nanj senca. Velja

$$\varphi = ((12\,\mathrm{h} - \tau) - t) \times (15° / 1\,\mathrm{h})\,.$$

S τ smo označili časovno anomalijo Sonca ob meritvi.

B. Lokalni poldnevnik in čas najkrajše sence določimo lahko tudi hkrati. Ob poljubnem času t_1 pred poldnevom označimo vrh sence, nato pa čakamo do tistega časa t_2 popoldne, ko je senca spet enako dolga. Sredina med tema dvema časoma je čas, ki ga iščemo: $t = (t_1 + t_2) / 2$.

3. Skrivnostni otok Krf

Jules Verne opisuje v romanu Skrivnostni otok, kako skupina ubežnikov z balonom pristane na neznanem otoku v Tihem oceanu. Kje so, določijo z gnomonom in uro. Med počitnicami je tudi mene zaneslo na "neznani" otok Krf ob grški obali. Na njem sem v kraju Mesongi lahko izmeril, "kje sem". Postopal sem takole.

Na plaži sem v podstavek za senčnik zasadil odpadno kovinsko palico; našel sem jo v smeteh. Vse skupaj sem postavil na raven betonski pomol.

Palico sem usmeril navpično s pomočjo improviziranega grezila. Na njen vrh sem dal okrogel kamen, da je bilo senco na tleh lažje določiti.

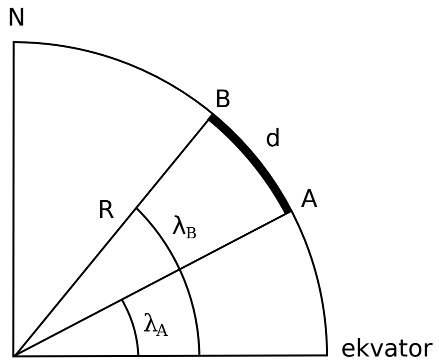
Meril sem po metodi B. Sence in loke sem po tleh risal s flomastrom, pritrjenem z vrvico na gnomon. Dolžine sem meril z metrom. Ročna ura mi je kazala greenwiški čas. Primerjava s časovnimi signali na televiziji je pokazala zadovoljivo ujemanje na nekaj sekund, zato korekcije izmerkov niso bile potrebne.

Meritve sem izvedel 20. 7. 2008. Efemeride za ta dan napovedujejo deklinacijo 20,6° in anomalijo −6,5 min. Pri višini gnomona 131 cm je bila najkrajša senca dolga 44 cm, kar pomeni severno zemljepisno širino λ = 39,2°. Dopoldne sem označil vrh krajšajoče se sence ob dveh časih, 9:30 h in 10:00 h; popoldne je senca zrasla do prejšnjih dolžin ob časih 12:07 h in 11:33 h. To pomeni v povprečju vzhodno zemljepisno dolžino φ = 19,8°.

Kako dobri so dobljeni rezultati, sem preveril s satelitskim sprejemnikom GPS (Global Positioning System). Razlike med obojimi meritvami znašajo nekaj desetink stopinje, kar pomeni nekaj deset kilometrov po morju. Na namiznem globusu pomeni to natančnost na en milimeter.

4. Kako določiti velikost Zemlje

Za določitev polmera R Zemlje sta potrebna dva gnomona na istem poldnevniku, kakor kaže slika 2.

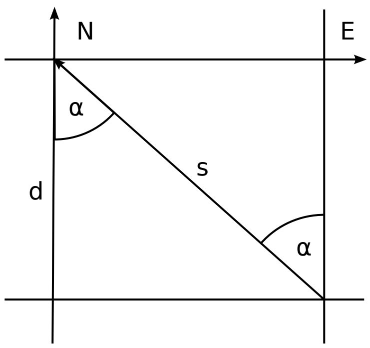


Slika 2: Določitev polmera Zemlje.

Izmeriti moramo zemljepisni širini gnomonov λ_A in λ_B ter dolžino d poti med njima. Velja:

$$\frac{d}{R} = \lambda_B - \lambda_A .$$

Zahteva po tem, da stojita oba gnomona na istem poldnevniku, je za merjenje ponavadi nepraktična. K sreči se ji lahko izognemo, kakor kaže slika 3.



Slika 3: Razdalja in njena poldnevniška komponenta.

Pri neprevelikih razdaljah so poldnevniki približno vzporedni in širinsko razdaljo d izračunamo iz poševne razdalje s ter njenega kota α glede na lokalni poldnevnik:

$$\frac{d}{s} = \cos \alpha \,.$$

5. Plovba iz Krfa v Benetke

Med počitnicami se mi je ponudila tudi priložnost za meritev morske razdalje med pristaniščema Krf in Benetke ter s tem za določitev polmera Zemlje. Bil sem namreč potnik na krovu ladje Sofokles, ki je dne 22. 7. 2008 zjutraj izplula iz Krfa in priplula v Benetke naslednji dan dopoldne.

Za zemljepisno širino Krfa sem privzel kar vrednost, izmerjeno v Mesongiju, torej 39,2°. Za Benetke pa sem ocenil, da ležijo 50 km južneje od Ljubljane in imajo zato za 0,5° manjšo širino, torej 45,6° N.

Morsko razdaljo lahko merimo neposredno, če ima ladja vijačni števec kilometrine. Drugače pa je treba meriti hitrost ladje v in čas plovbe t. Hitrost najbolj preprosto merimo s plovcem, ob katerem pluje ladja. Pri enakomernem gibanju znaša pot $s = vt$. Smer merimo s kompasom.

Potovalno hitrost sem meril takole. Gledajoč preko palubne ograje navzdol sem si na boku ladje tik nad gladino morja zapomnil dve znamenji, nakar sem njuno razdaljo izmeril z dvojnimi koraki po palubi. Potem sem gledal na peno, ki je tekla ob ladji, in z uro določil čas preleta. Za razdaljo 18 dvojnih korakov po 1,7 metra, torej za 30 m, je pena potrebovala čas 3 sekunde, kar pomeni hitrost ~40 km/h. Kako dobra je ta ocena? V prospektu ladje je pisalo, da pluje s hitrostjo 22 vozlov, kar zelo dobro ustreza izmerjeni vrednosti.

Med Igumenico pri Krfu in Benetkami je ladja plula 24 ur, od tega 2 uri počasi. S polno hitrostjo je ladja vozila okrog 22 ur, torej je v tem času prevozila ~900 km.

Smer vožnje sem določil z magnetnim kompasom. Meril sem na sredini potniške kabine, da sem bil čim bolj oddaljen od morebitnih motenj. Da teh res ni, sem preveril ob izplutju in vplutju, ko se je ladja obračala pod kompasom: ta je pri tem vedno kazal v isto smer. Razlike med magnetnim in zemljepisnim severom nisem upošteval. Ladja je praktično stalno plula v azimutno smer 320°, torej α = ~40°.

Na podlagi zapisanih izmerkov znaša polmer Zemlje $R = 6 \times 10^3$ km To je le za okrog 10 % manjša vrednost od tiste, ki je objavljena v literaturi. Takšna natančnost je presenetljiva, posebej če pomislimo, s kako preprostimi meritvami smo jo dosegli.

6. Zaključki

Zemljepisne koordinate opazovališča najbolj preprosto izmerimo ob opoldanski kulminaciji Sonca z uro in gnomonom. Za mesto Mesongi na Krfu dobimo severno zemljepisno širino $\lambda = 39{,}2°$in vzhodno zemljepisno dolžino $\varphi = 19{,}8°$. To se od referentnih vrednosti, izmerjenih z GPS, razlikuje le za nekaj desetink stopinje, kar pomeni nekaj deset kilometrov po morju.

Smer in razdaljo med dvema krajema najbolj preprosto izmerimo, če sta to dve pristanišči z odprtim vmesnim morjem. Za merjenje potrebujemo kompas, uro in plovec. Za razdaljo med Krfom in Benetkami dobimo ~900 km in za smer ~40° zahodno glede na sever. Upoštevanje zemljepisnih širin obeh pristanišč, ocenjenih iz gnomonskih meritev, pokaže za polmer Zemlje $R = 6 \times 10^3$ km. To se za manj kot 10 % razlikuje od vrednosti, ki jo najdemo v literaturi.